Innovamat

Tot el que importa en l'aprenentatge de les matemàtiques

Un mapa dels factors que influeixen en l'aprenentatge i de com l'escola hi pot actuar

Lucas Gortazar
Director d'Educació a EsadeEcPol; consultor sènior de la Pràctica Global d'Educació del Banc Mundial; col·laborador de recerca a l'Innovamat Research Lab (autor extern).

Marc Colomer
Director de Recerca de l'Innovamat Research Lab.

Innovamat Research Series

Resum

Quan els resultats de matemàtiques d'una escola no són els esperats, la conversa s'omple de seguida de culpables: l'última llei educativa, les pantalles, les famílies, els docents. Aquest informe posa ordre en aquest debat. Revisa la recerca sobre els factors que influeixen en l'aprenentatge de les matemàtiques i respon tres preguntes sobre cadascun: quant pesa, com i quan actua, qui el pot canviar i en quant de temps. Desenvolupa quatre idees.

- L'efecte de qualsevol factor es pot observar en tres nivells de resultats. En l'aprenentatge: si millora la competència matemàtica de l'alumnat, en continguts i en pràctiques. En la relació amb les matemàtiques: si en gaudeixen i se senten capaços d'aprendre'n. I en la progressió dins del sistema: si repeteixen curs, abandonen els estudis o continuen estudiant. Tots tres importen, i no sempre evolucionen alhora.

- Els factors actuen a distàncies diferents de l'aula i s'ordenen en dues vies que conflueixen a la classe de matemàtiques. D'una banda, la societat, la família i el que cada alumne porta amb si. De l'altra, la política educativa, la direcció del centre i el docent. A totes dues s'hi afegeixen els materials. El pes de cada factor depèn de l'escala. Els més allunyats, com la riquesa, els valors o la política educativa, expliquen sobretot les diferències entre països i sistemes, i actuen de manera indirecta i lenta. Els més propers expliquen les diferències dins de cada sistema, alumne a alumne i escola a escola. Tots s'acumulen amb els anys.

- Tots els factors conflueixen en el nucli pedagògic: la interacció diària entre docents, alumnes a l'aula i contingut al voltant d'una tasca. Els seus tres elements depenen els uns dels altres: uns bons materials serveixen de poc si el docent no els sap treure partit. Una bona activitat amb una bona gestió perd força si les tasques no connecten amb el que l'alumne ja sap. I una formació desconnectada de l'aula rarament canvia el que hi passa.

- Una escola no pot actuar sobre tots els factors. Les seves palanques són la direcció, els docents i els materials, i a través d'aquestes decideix com respon al que porta cada alumne. El seu marge és acotat, però el seu potencial és gran, sobretot quan les palanques es reforcen entre si. La via de millora amb més evidències és l'acompanyament sostingut del professorat, dins de l'aula i vinculat a materials de qualitat.

L'informe es tanca amb una taula i una figura que resumeixen què pot canviar una escola, amb set preguntes per situar qualsevol decisió en el mapa i amb respostes a les objeccions més freqüents.

Introducció

Sempre que els resultats de matemàtiques d'un sistema educatiu baixen, tothom busca un culpable. Per a uns és l'última llei educativa. Per a d'altres, les pantalles o unes famílies que no s'impliquen. Alguns assenyalen un mètode pedagògic que no els agrada. Gairebé tots acaben apuntant als docents. El més curiós és que, quan els resultats milloren, passa una cosa semblant. Tanmateix, tots solen ignorar aquests factors en conjunt i com es relacionen entre si.

Aquest informe intenta omplir aquest buit. La recerca educativa fa més de mig segle que intenta posar ordre en aquest debat amb dades. Avui entenem molt millor quant pesen la família, el barri, la política, la direcció escolar i els docents en l'aprenentatge en general, i en el de les matemàtiques en particular. En les dues últimes dècades, a més, ho hem fet distingint millor què és una correlació i què és un efecte causal. Expliquem com es fa aquesta distinció a l'informe «Funciona o no funciona? Com entendre l'evidència d'un programa de matemàtiques». Aquí l'apliquem per ordenar i jerarquitzar l'evidència disponible.

La conclusió principal deixa insatisfetes les visions més simplistes i de curt termini. L'aprenentatge de les matemàtiques té moltes causes. La que més pesa és la que els professionals d'una escola no poden canviar: la llar. D'altres, com el barri o la política educativa, actuen a poc a poc i arriben a tots els alumnes. Però les que sí que són al seu abast, qui ensenya i amb quin suport, també tenen un potencial enorme cada vegada que comença un nou curs. Avui aquest potencial no es fa realitat a tot arreu de la mateixa manera, i cal més suport per assolir-lo.

Així doncs, la pregunta més útil que es pot fer des de la perspectiva d'una escola no és «de qui és la culpa?», sinó: «de tot el que influeix en l'aprenentatge de les matemàtiques, què pesa més, com actua i quant es pot canviar des de l'escola?»

L'informe comença definint què entenem per «resultats» en matemàtiques. Després presenta un mapa que ordena els factors en dues vies: la social, cultural i econòmica, i l'educativa, des de la política fins al professorat. Recorrem cada via del més llunyà al més proper fins a arribar a l'aula, i per a cada factor responem les mateixes tres preguntes: quant pesa, com actua, si una escola el pot canviar i en quant de temps. Després expliquem per què qualsevol acció a l'aula requereix coherència entre el contingut, el professorat i l'alumnat. I acabem amb una taula que considera el marge d'una escola sobre cada factor i una figura amb el pes dels tres que pot canviar (equips directius, professorat i materials), sempre tenint en compte l'alumne al centre.

Al final d'aquest informe

sabràs en quines tres dimensions es pot esperar l'efecte de qualsevol factor sobre les matemàtiques; com s'ordenen els factors i quant pesa cadascun; per què l'aprenentatge es produeix en el que anomenarem el «nucli pedagògic» i per què els seus ingredients depenen els uns dels altres; per què l'efecte d'un bon docent s'acumula curs rere curs i per què alguns factors pesen molt però gairebé no són a l'abast d'una escola (i viceversa); i tindràs més context per saber quines preguntes plantejar sobre qualsevol programa o projecte que aspiri a millorar les matemàtiques d'un centre educatiu.

1 | Tres maneres diferents d'entendre l'aprenentatge de les matemàtiques

Si a la introducció hem definit la pregunta que volem respondre (quins factors influeixen en l'aprenentatge de les matemàtiques i com hi influeixen), convé matisar a què ens referim quan parlem d'«**aprendre matemàtiques**». Quan parlem de millorar l'educació matemàtica solem pensar en notes de classe i resultats de proves externes, i això està relacionat amb el primer nivell d'impacte de les matemàtiques: l'**aprenentatge**. La definició de competència matemàtica queda circumscrita a la dimensió d'aprenentatge i s'ha recollit prèviament i amb més detall al Llibre blanc d'Innovamat (2024). En el marc d'aquest informe, **proposem incorporar dos nivells més d'impacte**. Un és l'informal: la relació de l'alumne amb les matemàtiques, que no deixa un rastre visible però l'acompanya tota la vida. L'altre és formal: la progressió dins del sistema educatiu, que converteix les matemàtiques en una clau per a les etapes posteriors.

El primer és la **relació** de l'alumne amb l'assignatura durant l'escolarització i al llarg de la vida. Això inclou el gust per aprendre matemàtiques, l'ansietat que generen, la identitat («jo no soc de números») i la intenció de continuar aprenent i pensant en les matemàtiques quan deixin de ser obligatòries. Totes aquestes variables es poden mesurar, condicionen el rendiment (Foley et al., 2017) i, alhora, es veuen afectades pels docents a l'aula (Blazar i Kraft, 2017). És la cara informal de l'aprenentatge, però compta en totes les etapes de la vida.

El segon és la **progressió i permanència** dins del sistema educatiu formal: repetir curs o no, abandonar o no, triar itineraris en què les matemàtiques són presents i arribar a l'educació superior. Aquí les matemàtiques pesen més que qualsevol altra assignatura. Obren portes: cursar més matemàtiques a secundària augmenta de manera causal els anys d'estudi i els ingressos en l'edat adulta (Cortes, Goodman i Nomi, 2015). I les tanquen: probablement són l'assignatura el suspens de la qual pesa més en la decisió de repetir curs, i repetir a secundària augmenta la probabilitat d'abandonar (Jacob i Lefgren, 2009).

Pensem en un alumne de tercer d'ESO que, després de dos cursos dolents, comença a donar per fet que «les mates no són el seu fort». Pot ser que les notes d'aquest trimestre encara no se'n ressentin, però aquesta creença pot acabar sent una profecia autocomplerta. Per això, d'ara endavant, el marc d'anàlisi es referirà als «resultats de matemàtiques» com el conjunt de les tres coses alhora: el que s'aprèn, com es progressa en el sistema a través de les matemàtiques i quina relació s'hi té.

«Les matemàtiques s'aprenen, ens acompanyen tota la vida i decideixen en bona part fins on arribem en el sistema educatiu.»

2 | Els resultats en matemàtiques depenen de múltiples factors interconnectats

Per millorar una escola o dur a terme un programa amb impacte, és clau comprendre el sistema en què s'ha de produir aquest canvi. Però això requereix una reflexió sobre com la societat i el sistema educatiu afecten els resultats escolars en general, i els de matemàtiques en particular. Un bon punt de partida és una recerca que va marcar el debat educatiu: l'informe Coleman.

El 1964, la Llei de drets civils dels Estats Units va encarregar al Govern un informe sobre les desigualtats educatives. El va dirigir el sociòleg James Coleman, que va reunir dades de centenars de milers d'alumnes. La tesi de partida esperava documentar fins a quin punt eren pitjors les escoles on anaven els infants negres. Però l'equip de Coleman va trobar una cosa diferent: les diferències de recursos i resultats entre escoles eren grans, però menors que les que observaven dins de les escoles. Així doncs, Coleman va observar que l'origen familiar, també el de l'alumnat de la mateixa escola, explicava una part més gran de les diferències de resultats entre alumnes que no pas les diferències entre escoles (Coleman et al., 1966). L'informe va permetre comprendre fins a quin punt l'origen familiar explicava diferències en els resultats educatius i va limitar, en part, les expectatives sobre el poder de l'educació i les escoles en els resultats dels alumnes.

Tot i que aquesta troballa va suposar un petit contratemps per a la incipient agenda de les reformes educatives, això no implicava que res del que faci l'escola no importi. El que significava és que l'escola no parteix de zero i que, quan un infant hi arriba, porta les seves característiques individuals, inclosa l'herència genètica, i diversos anys de converses, jocs, salut i cures. Pel que fa a les matemàtiques, això pot suposar enormes diferències d'experiències ja presents en edats primerenques: les bretxes de competència numèrica segons l'origen social ja són visibles en començar l'escolarització, i aquestes habilitats primerenques són entre els millors predictors de l'aprenentatge matemàtic posterior (Duncan et al., 2007). Així doncs, l'escola rep una trajectòria en marxa. La seva feina és ajudar a transformar-la, sigui quina sigui la sort de cada alumne. I té més marge del que sembla. La recerca posterior va trobar bona part d'aquest marge allà on Coleman no podia mirar: en les diferències entre aules d'una mateixa escola i en l'impacte que els docents tenen sobre els seus alumnes (Hanushek i Rivkin, 2012).

Com podem ordenar els factors que afecten l'aprenentatge de les matemàtiques?

Per ordenar els factors que intervenen en l'aprenentatge ens basem en l'enfocament ecològic de Bronfenbrenner (1979) i de Bronfenbrenner i Morris (2006). Aquest enfocament situa el desenvolupament, i per extensió l'aprenentatge, en sistemes que s'influeixen entre si: els entorns immediats de l'infant, com la llar i l'aula; les relacions entre aquests entorns; els contextos que l'afecten de manera indirecta, com les decisions dels governs o els recursos i el capital social del barri; finalment, hi ha les normes culturals i les estructures econòmiques que l'envolten.

La **Figura 1** organitza els factors que influeixen en l'aprenentatge de les matemàtiques i en les tres dimensions de resultats presentades prèviament. Els distribueix en capes i distingeix dues vies d'influència, des del context més ampli fins als entorns més propers a l'aula. Les condicions més generals contribueixen a configurar el que passa en els entorns més propers i poden afectar el conjunt del sistema. En aquest sentit, tenen un gran abast i impacte en termes agregats. Aquesta organització simplifica una realitat en què les diferents capes i vies estan connectades.

La **primera via**, a la part superior, recull el context social i familiar de l'alumnat i la seva trajectòria personal. Els patrons culturals, econòmics i socials contribueixen a configurar els barris i les condicions en què viuen les famílies. Això ajuda a entendre les diferències entre sistemes educatius, però també les que hi ha dins de cadascun: compartir un mateix sistema no significa disposar dels mateixos recursos i oportunitats. Els estudis, l'ocupació i les expectatives de les famílies, així com el suport acadèmic que ofereixen, influeixen en la trajectòria de l'alumnat. També hi intervenen l'herència genètica i la salut durant els primers anys de vida. Així, cada alumne arriba a l'aula amb unes característiques pròpies de salut i una herència genètica, juntament amb un bagatge cultural, coneixements, creences i experiències acumulades.

La **segona via**, a la part inferior, recull el sistema educatiu en conjunt. La política educativa estableix la inversió pública, les polítiques docents, el currículum i la manera d'avaluar el sistema, els centres i el professorat. Aquestes decisions condicionen la preparació i la selecció de les persones que accedeixen a la docència i a la direcció escolar, els objectius d'aprenentatge i la seva avaluació, les estructures de suport als centres i els seus recursos i condicions de treball. Part de la influència d'aquestes polítiques sobre l'aprenentatge es concreta en les decisions i les pràctiques dels equips directius i docents. Alhora, com veurem, la influència d'un equip directiu es canalitza en part a través del professorat. Aquestes condicions contribueixen a configurar les habilitats professionals dels docents, les seves creences i les seves oportunitats de formació contínua.

Finalment, a l'esquerra del mapa se situen els **materials de matemàtiques**: el conjunt estructurat de recursos dissenyat per ensenyar els continguts del currículum. A la dreta apareixen les **tres dimensions de resultats** descrites a la secció 1.

Les dues vies conflueixen al centre, a l'aula. Allà hi ha el que es coneix com el **nucli pedagògic** (Cohen, Raudenbush i Ball, 2003)[1]: la interacció entre docent, alumnes i contingut al voltant d'una tasca. És el lloc on es produeix l'aprenentatge formal a l'escola, i la resta de factors importen en la mesura que canvien el que hi passa. Per canviar-ho, una proposta ha d'arribar en condicions òptimes. El mapa envolta el nucli amb dos nivells d'implementació: el del sistema, que estableix les condicions per a una bona implementació a totes les escoles, i el de l'aula, on una proposta pedagògica s'aplica primer amb fidelitat i després es va adaptant de manera guiada i amb acompanyament. Un cop presentat com afecta cada factor, al final de l'informe es desenvolupa en profunditat com actuar sobre el nucli pedagògic i com les seves tres dimensions són interdependents entre si.

Les capes de la Figura 1 estan interconnectades entre si i les seves relacions no van en una sola direcció. Per exemple, la política de formació inicial docent actua directament sobre la preparació amb què els docents arriben a l'aula. Les famílies poden influir en les decisions de la direcció i la direcció pot activar la participació de les famílies. I mesures com oferir esmorzar a tot l'alumnat actuen directament sobre la seva disposició a aprendre. Per facilitar la lectura, la figura prioritza les relacions més directes. L'Annex A mostra un model més detallat.

Tres preguntes per a cada factor

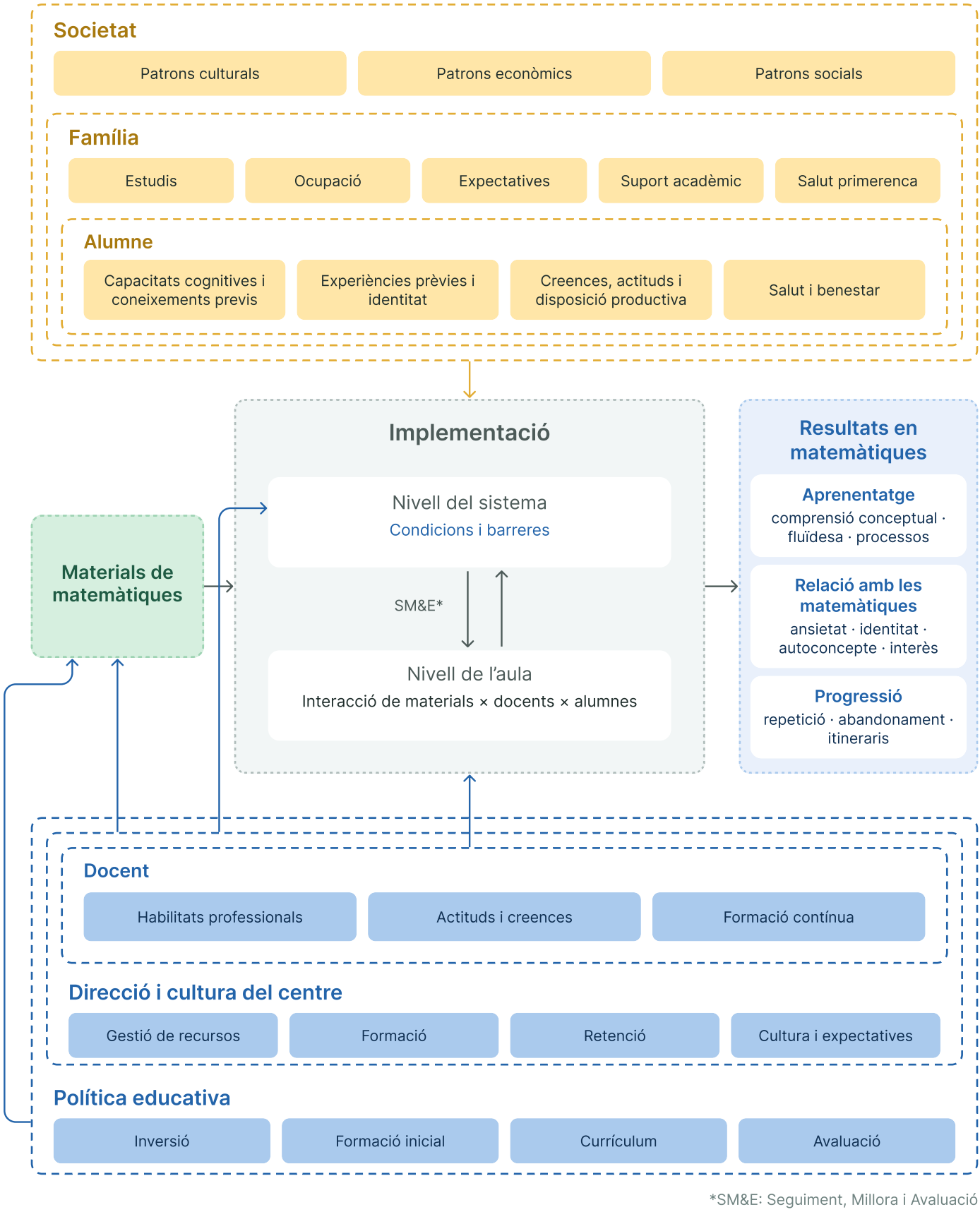
Per a cada factor farem les mateixes tres preguntes. Quant pesa el factor. Com actua. I qui el pot canviar i en quant de temps.

El pes d'un factor depèn de l'escala que observem. Entre països i sistemes educatius, pesen les condicions més generals de la Figura 1: la riquesa, els valors i la política educativa. Dins d'un mateix sistema, bona part de les diferències entre alumnes tenen a veure amb les seves famílies i amb el que porten a l'aula. I dins d'una escola, el docent és un dels factors que més poden influir en el seu aprenentatge. Per això no podem comparar el pes de tots els factors sense distingir nivells: la seva importància canvia segons quines diferències intentem explicar.

Molts factors actuen de manera gradual i els seus efectes s'acumulen. Ho fan la família, el barri o la política, però també un bon docent, l'efecte del qual es nota curs rere curs. El que canvia és la palanca i el temps necessari per moure-la. Un claustre pot canviar com ensenya les fraccions en un trimestre, i un equip directiu pot reorganitzar el temps de la seva plantilla en un curs. Transformar les condicions de les famílies o dels barris sol requerir anys, i una reforma educativa també pot trigar a arribar a l'aula.

Per això convé distingir el pes d'un factor de la capacitat de l'escola per actuar-hi. Les condicions familiars poden tenir una gran influència i quedar, en bona part, fora del seu abast. L'ensenyament, sense ser el factor de més pes, és la seva millor palanca de millora. Aquesta distinció evita dues trampes oposades: creure que el que l'escola no controla no importa, i creure que, com que el que passa a fora pesa tant, l'escola no pot fer res. **El marge d'actuació de l'escola és acotat, però permet canvis concrets que poden començar a beneficiar el seu alumnat aquest mateix curs.**

1 Altres marcs teòrics, com el de Houssaye (1988) o Chevallard (1985), comparteixen l'estructura del triangle pedagògic, amb contingut o coneixement, alumnes i docents. Tanmateix, el nucli pedagògic té un enfocament més pràctic i centrat en la millora d'una escola.



*SM&E: Seguiment, Millora i Avaluació

Figura 1. Representació en capes dels factors en l'aprenentatge de les matemàtiques i la seva relació amb el nucli pedagògic.

Nota: elaboració pròpia a partir de Bronfenbrenner (1979) i Cohen, Raudenbush i Ball (2003). A dalt, la via que passa per la societat, la família i l'alumne. A baix, la que passa per la política educativa i descendeix fins a la direcció escolar i el docent. Totes dues conflueixen a l'aula, on la implementació en el sistema i a l'aula tradueix aquestes condicions en oportunitats d'aprenentatge. A l'esquerra, els materials; a la dreta, els tres nivells de resultats de la secció 1.

Per posar les xifres en perspectiva farem servir la mesura següent: un programa educatiu avaluat amb rigor millora l'aprenentatge, en mediana, unes 0,10 desviacions estàndard en un curs (informe «Pot un programa de matemàtiques canviar realment l'aprenentatge?»).

Els factors que influeixen en l'aprenentatge de les matemàtiques s'ordenen en dues vies: la societat, la família i l'alumne, d'una banda; la política, la direcció i el docent, de l'altra. Totes dues conflueixen en el nucli pedagògic, la interacció diària entre docent, alumnes i contingut, i cada factor importa en la mesura que canvia el que hi passa. Per saber quant importa cada factor, ens preguntem quant pesa, com actua i qui el pot canviar i en quant de temps.

3 | Primera via: societat, família i alumne

Desenvolupament econòmic, valors i el seu pes en l'educació

El desenvolupament econòmic i l'aprenentatge s'alimenten mútuament. Els països més rics tenen millors resultats: a PISA 2022, al voltant del 62 % de les diferències de puntuació mitjana entre països es relaciona amb el PIB per capita (el 47 % entre els països de l'OCDE). Tot i que, per sobre d'uns 75.000 dòlars de despesa acumulada per alumne, la relació entre despesa i resultats comença a desdibuixar-se (OECD, 2023). I a l'inrevés: els països amb una població amb millors competències i habilitats es desenvolupen més. L'evidència apunta que l'associació entre competències cognitives i creixement reflecteix un efecte causal de les primeres sobre el segon (Hanushek i Woessmann, 2012).

La renda explica molt, però no tot. Els valors ajuden a entendre per què països amb nivells de riquesa semblants obtenen resultats molt diferents. La paciència i l'esforç, que sumen, i la disposició a assumir riscos, que resta, expliquen conjuntament entre un i dos terços de la variació entre països a PISA. El resultat es manté quan es comparen, dins d'un mateix país, alumnes immigrants segons els valors del seu país d'origen (Hanushek et al., 2022; Zamarro, Hitt i Mendez, 2019). Quan es va pagar un incentiu econòmic a alumnes de Xangai i dels Estats Units perquè s'esforcessin en una prova, els estatunidencs van millorar molt i els de Xangai no: ja donaven el màxim, perquè la seva motivació intrínseca (relacionada amb els valors) era alta (Gneezy et al., 2019). Els fills d'immigrants de països amb bons resultats a PISA rendeixen més que els seus companys nadius d'origen social semblant, fins i tot a la mateixa escola (De Philippis i Rossi, 2021). I als Estats Units, l'avantatge de l'alumnat d'origen asiàtic es deu sobretot a l'esforç, no a la capacitat cognitiva ni a l'origen social. Aquest alumnat creu més que a ser bo en matemàtiques se n'aprèn (Hsin i Xie, 2014).

Aquests valors es transmeten a través de les famílies i es tradueixen en inversió privada. Les classes particulars tenen una llarga tradició a l'Àsia oriental, amb els *hagwons* coreans o els *jukus* japonesos, i el seu pes és especialment intens en aquesta regió (Bray, 2022). El cost d'aquest model de valors és social i emocional: l'alumnat asiaticoamericà té un autoconcepte pitjor i passa menys temps amb els amics (Hsin i Xie, 2014). A Corea, la competició per l'estatus educatiu és tan intensa que els estudis estimen que, sense aquesta competició, la natalitat seria un 28 % més alta (Kim, Tertilt i Yum, 2024).

La riquesa d'un país i els seus valors pesen molt en les diferències entre països, i l'aprenentatge, alhora, alimenta el creixement. Actuen dins i fora de l'aula, a través de les famílies i al llarg de generacions. Cap escola no els canvia en un curs.

Societat i comunitat: el paper del barri i dels companys

Més enllà dels valors que té una societat en conjunt, el que més impacta en un alumne en termes de proximitat des del punt de vista de la comunitat són el barri i els companys d'escola i de classe.

Importa el barri?

El barri on creix un alumne importa a llarg termini i el seu efecte és acumulatiu. Chetty i Hendren (2018) van seguir més de set milions de famílies dels Estats Units que van canviar de residència. Els resultats educatius dels infants van millorar en proporció al temps que van passar en el nou entorn, a un ritme aproximat del 4 % de millora respecte del barri anterior per cada any d'exposició al nou barri. Créixer en un entorn amb més oportunitats augmenta els ingressos en l'edat adulta i facilita l'accés a l'educació superior. Així doncs, l'efecte d'aquest factor es veu més clarament en la tercera dimensió de resultats, és a dir, la progressió educativa, i no tant en els resultats escolars (i de matemàtiques) d'un curs concret. El disseny identifica l'efecte, però no el canal. Les aspiracions, la informació o la qualitat de les escoles són mecanismes plausibles que aquestes dades no permeten separar.

I els companys de classe i d'escola?

L'efecte dels companys de classe és baix de mitjana, però alt als extrems de la distribució. A l'aula, l'efecte mitjà dels companys sobre les matemàtiques és d'una magnitud baixa (Burke i Sass, 2013). Tanmateix, diversos estudis apunten que uns quants alumnes amb conductes molt disruptives generen efectes negatius reals i persistents en tota la classe, mesurables fins i tot en els ingressos adults dels seus companys a llarg termini (Carrell, Hoekstra i Kuka, 2018). Compartir aula amb alumnes de baix rendiment, en canvi, no és un problema en si mateix: a l'experiment Project STAR, els infants d'educació infantil assignats a l'atzar a classes amb companys repetidors van obtenir una puntuació una mica pitjor en matemàtiques aquell primer any. L'efecte va desaparèixer i, a llarg termini, van tenir més probabilitats d'acabar la secundària (Bietenbeck, 2020). Els companys actuen, sobretot, a través del clima d'aula, i això depèn en part de les pràctiques de gestió de l'aula del docent.

El barri pesa de manera real i acumulada, sobretot en la progressió educativa i en els ingressos adults. Els companys pesen poc de mitjana, excepte en els casos de disrupció greu. El barri actua fora de l'aula i amb els anys; els companys, dins de l'aula i a través del clima d'aprenentatge. Una escola no pot canviar el barri en un curs, però sí que pot millorar la gestió del clima d'aula, que és el mecanisme a través del qual els companys influeixen més.

La família és el factor que més influeix en l'alumnat

La capa següent cap endins en la via de la societat és la que més pesa en els resultats educatius, d'acord amb tota la recerca prèvia. I aquesta influència es produeix molt abans que l'escola comenci a actuar.

A PISA, si comparem l'alumnat pel seu nivell socioeconòmic, la distància en matemàtiques entre els alumnes de quinze anys del 25 % més afavorit i els del 25 % menys afavorit va ser, de mitjana a l'OCDE, de 93 punts. Una desviació estàndard de l'índex socioeconòmic es va associar amb 39 punts més. L'OCDE estima que un alumne de quinze anys progressa uns 20 punts per curs. Així, 39 punts són gairebé dos cursos, i 93, més de quatre (OECD, 2023). La relació entre origen familiar i resultats apareix amb una gran magnitud en tots els països, en totes les èpoques i amb tots els instruments de mesura possibles.

És important prendre aquests resultats amb algunes cauteles des del punt de vista metodològic. En general, la relació entre origen familiar i resultats educatius sol provenir d'associacions estadístiques i correlacions, i no d'efectes causals. Un índex explica entre el 15 % i el 25 % de la variació de resultats dins de cada país.[2] Tot i que aquests índexs no són capaços de captar tot el que la família aporta a l'alumnat (gens, hàbits, expectatives), això ens indica que una part important del que distingeix un alumne d'un altre es deu a altres factors.

Per quines vies influeix la família?

L'educació dels pares és el primer canal d'influència, tot i que una mica menys del que suggereix una correlació bruta entre el nivell educatiu dels pares i els resultats de l'alumnat: part d'aquesta correlació recull altres recursos i hàbits dels pares amb més estudis (Holmlund, Lindahl i Plug, 2011). D'altra banda, la situació laboral i el tipus d'ocupació dels pares també importen molt. Per exemple, quan el pare perd la feina, l'evidència mostra que els resultats educatius dels fills baixen al voltant de 0,15 desviacions estàndard, tal com es va observar a Barcelona durant la Gran Recessió, amb els efectes concentrats en les famílies amb atur de llarga durada i menys estudis (Ruiz-Valenzuela, 2020). Finalment, més enllà de les condicions més materials, també pesen les expectatives i les pràctiques i els hàbits de la llar (Pinquart i Ebeling, 2020; Daucourt et al., 2021).

I, més concretament, el suport acadèmic que les famílies proporcionen als fills importa. Una metaanàlisi recent troba que unes expectatives familiars elevades s'associen amb un rendiment millor en matemàtiques, mentre que l'ajuda amb els deures presenta, de mitjana, una associació negativa amb

2 Les dues xifres surten de la mateixa regressió de PISA. El pendent (els 39 punts) mesura la mida de la bretxa; la força (el 15 % de variància explicada) mesura quina part de la variació total recull. No són intercanviables, i una bretxa gran és compatible amb molta variació no explicada per l'origen.

aquest rendiment (Wang i Wei, 2024). Aquesta associació no implica que l'ajuda sigui perjudicial per si mateixa. Per interpretar-la, convé distingir entre una intervenció familiar percebuda com a controladora, associada amb resultats pitjors i menys motivació, i un suport percebut com a útil, associat amb més persistència en les tasques (Silinskas i Kikas, 2019). A més, l'ansietat també es pot transmetre de pares a fills: els fills de pares amb ansietat matemàtica que els ajuden sovint amb els deures aprenen menys matemàtiques durant el curs i l'acaben amb més ansietat (Maloney et al., 2015). Així doncs, l'efecte del suport acadèmic de les famílies es transmet en almenys dues dimensions de resultats (aprenentatge i relació amb les matemàtiques).

«La família» és el factor que més influeix en l'alumnat. Quan parlem del pes de la família no parlem d'una característica única ni de res que es pugui retreure a ningú. El terme agrupa diversos canals: els estudis, l'ocupació, les expectatives, el suport acadèmic i la salut dels primers anys. Cal separar-los, perquè l'evidència i les respostes possibles són diferents en cada cas.

Quina part de la bretxa familiar és una bretxa de salut?

Més enllà de la dimensió cognitiva, material o relacional, el canal de la salut és important per explicar la relació entre família i resultats educatius. És un canal habitualment més fàcil d'identificar, perquè depèn del que passa a les famílies i no del que fan: la salut durant els primers anys de vida de l'infant. A Rhode Island, un estudi va mostrar que cada microgram per decilitre menys de plom a la sang durant la primera infància reduïa en uns 0,8 punts percentuals la probabilitat de quedar per sota del nivell mínim de competència en matemàtiques a tercer de primària, sobre una proporció inicial del 16 % dels alumnes (Aizer et al., 2018). Com que els infants pobres hi estan molt més exposats, això fa que la bretxa social s'eixampli.

A Suècia, un altre estudi va mostrar que els infants exposats a l'úter a la radiació de Txernòbil a les zones més afectades tenien uns 3,6 punts percentuals menys de probabilitat d'arribar a la secundària postobligatòria. Era una exposició que no depenia de cap decisió familiar, i el dany es va concentrar en les notes de matemàtiques (Almond, Edlund i Palme, 2009). A Guatemala, un suplement nutricional durant els primers anys es va traduir, vint-i-cinc anys després, en aproximadament un quart de desviació estàndard més en proves de comprensió lectora i de raonament (Maluccio et al., 2009). Són efectes que apareixen dècades després, en l'aprenentatge i en la progressió educativa, i que arriben a afectar la vida adulta.

Així doncs, part de la bretxa socioeconòmica de l'aprenentatge és, en origen, una bretxa de salut. Això permet actuar-hi amb polítiques de salut pública (atenció prenatal, nutrició, suport socioemocional a les famílies) fora de l'escola.

«Part de la bretxa socioeconòmica de l'aprenentatge és, en origen, una bretxa de salut.»

Pot l'escola fer-hi alguna cosa?

Actuar sobre l'entorn familiar és possible, i els beneficis es poden manifestar en diferents àmbits. A Jamaica, un programa d'estimulació mitjançant visites setmanals durant dos anys a infants amb retard del creixement va augmentar els seus ingressos laborals un 25 % vint anys després (Gertler et al., 2014). Tot i que no era una intervenció escolar, mostra que el suport a la llar pot tenir efectes duradors. A l'educació infantil, una actuació més senzilla —enviar missatges de text a les famílies amb petites activitats— va millorar la implicació parental i va incrementar la lectoescriptura primerenca dels fills en unes 0,11 desviacions estàndard (York, Loeb i Doss, 2019).

La col·laboració entre famílies i escola també pot afavorir la participació i la convivència, objectius amb valor educatiu propi. En un assaig fet a França, tres reunions entre famílies i escola van augmentar la implicació parental i van reduir l'absentisme i les sancions (Avvisati et al., 2014). Tanmateix, aquests avenços no van anar acompanyats de millores en les proves externes de lectura i matemàtiques. Altres intervencions incideixen en les decisions educatives: proporcionar a les famílies materials per conversar sobre la utilitat de les matemàtiques i les ciències va portar els fills a cursar més assignatures d'aquestes àrees a secundària i, posteriorment, va millorar la seva puntuació conjunta en totes dues matèries en una prova d'accés a la universitat (Harackiewicz et al., 2012; Rozek et al., 2017). Per tant, avaluar aquestes

actuacions requereix atendre els seus diferents objectius: donar suport a l'aprenentatge, enfortir els vincles amb l'escola o facilitar la continuïtat en itineraris en què les matemàtiques són presents.

L'origen familiar és el factor que més s'associa amb els resultats de matemàtiques, i el seu pes és la suma de diversos canals: els estudis, l'ocupació, les expectatives, el suport acadèmic i la salut primerenca. Actua dins i fora de l'aula, i en bona part abans que comenci l'escolarització. L'escola no pot canviar bona part d'aquests factors (salut primerenca, ocupació i d'altres), però sí que pot millorar la participació de les famílies, acompanyar-les amb recursos per donar suport a l'aprenentatge a casa i ajudar-les a ajustar les expectatives.

El salt de la llar a l'aula: el que porta cada alumne a l'escola

Tot l'anterior arriba a l'aula convertit en un alumne concret i amb unes característiques úniques que el defineixen com a persona més enllà de les seves circumstàncies. El barri, els recursos de la família, la salut dels primers anys o les expectatives de la llar es concreten en alumnes amb coneixements i estratègies prèvies, un bagatge cultural, unes aspiracions, una relació ja iniciada amb les matemàtiques, i experiències, llengües i sabers que l'escola pot convertir, o no, en recursos per aprendre. I, alhora, hi ha un component individual en com cadascú afronta el seu aprenentatge i la seva relació amb l'escola. Fins i tot una mateixa persona pot raonar amb desimboltura en un context i bloquejar-se en un altre.

El que porta cada alumne pesa molt i actua de manera directa, perquè l'alumne és un dels tres termes de l'anomenat «nucli pedagògic». Amb tot, el seu futur no està escrit ni determinat: l'escola pot actuar i sol actuar sobre l'alumnat independentment del seu origen familiar i de les seves característiques. Tres plans el condicionen i alhora l'estimulen: el que ja sap, les dificultats específiques i com se sent davant les matemàtiques.

Quant pesa el que un alumne ja sap?

Importa molt. El que un alumne ja sap condiciona com interpreta i integra el que és nou (Brod, 2021; Schneider i Simonsmeier, 2025). El seu punt de partida, els seus coneixements i habilitats matemàtiques juntament amb recursos cognitius com la memòria de treball, s'acaba relacionant amb el seu rendiment anys després (Geary, 2011; Ruiz et al., 2024). Com hem vist, les habilitats numèriques a l'inici de l'escolarització són entre els millors predictors de l'aprenentatge matemàtic posterior (Duncan et al., 2007). Però el que aprèn cada alumne varia molt segons el contingut i les condicions en què aprèn a l'escola (Simonsmeier et al., 2022). Les **habilitats inicials** no són un destí, i per això intervenir aviat i bé és tan rellevant: els aprenentatges inicials faciliten els següents, i el seu efecte dura més si les experiències posteriors el sostenen (Cunha i Heckman, 2007; Bailey et al., 2020), fet que reforça l'argument de l'acumulació que hem anat desgranant prèviament.

I les dificultats d'aprenentatge?

Les anomenades «dificultats d'aprenentatge» afecten una minoria de l'alumnat, però tenen implicacions sobre l'ensenyament, els materials i l'organització de les escoles. Per exemple, en el cas de les matemàtiques, s'estima que entre un 3 % i un 7 % de l'alumnat presenta discalcúlia, una dificultat persistent per comprendre, representar i operar amb nombres i quantitats (Butterworth, Varma i Laurillard, 2011; Devine et al., 2018). Aquestes dificultats afecten el desenvolupament del sentit numèric i la capacitat de fer operacions bàsiques i càlcul fluid, i solen requerir un ensenyament més explícit i estructurat, amb suports adaptats i una pràctica més guiada (Jitendra et al., 2021).

I com se sent l'alumnat davant les matemàtiques?

Les emocions de l'alumnat envers les matemàtiques pesen sobre el seu rendiment i sobre les seves decisions posteriors. Com se sent un alumne davant les matemàtiques, com les percep i fins a quin punt confia en la seva capacitat per aprendre'n s'acaben relacionant amb el seu rendiment i amb les seves decisions acadèmiques (Barroso et al., 2021; Di Martino i Zan, 2011; Eccles i Wigfield, 2024). Aquestes troballes mostren que la segona dimensió de resultats de la secció 1, la relació amb les matemàtiques, aquí apareix com a punt de partida i afecta les altres dues. Però, com que és un resultat en si mateix,

l'entenem com una cosa no fixa que es pot modelar. La influència va en totes dues direccions (Carey et al., 2016).

La conclusió pràctica és senzilla. Una mateixa pràctica, activitat o recurs no tindrà el mateix efecte en tot l'alumnat. Els alumnes difereixen en coneixements, capacitats, experiències, creences, emocions i interessos per les matemàtiques. No podem suposar que tots parteixen del mateix punt ni que respondran igual, però hem de garantir una educació de qualitat i adaptada a les necessitats de tots els alumnes.

El que porta cada alumne de manera individual pesa molt: els seus coneixements previs, les seves possibles dificultats i la seva relació amb les matemàtiques condicionen el que aprendrà i els seus resultats a llarg termini. Actua de manera directa, dins de l'aula, perquè l'alumne és un dels tres elements del nucli pedagògic. S'ha format durant anys, però canvia amb cada tasca, cada docent i cada clima d'aula. Per això és un dels factors sobre els quals una escola pot actuar més en un curs: sabent què sap i què necessita cada alumne, i ajustant-hi l'ensenyament.

4 | Segona via: el sistema educatiu i l'escola

La política educativa influeix fixant les condicions per assolir l'èxit

Després de parlar de la dimensió social, familiar i comunitària i de la seva influència en els resultats educatius i de matemàtiques, passem ara a la dimensió educativa en conjunt com a segona via d'impacte. La capa més allunyada d'aquesta segona via és la política educativa: les decisions, els objectius, les inversions, les normes i les estructures de suport que fixen els governs perquè les escoles actuïn i tinguin impacte en els seus alumnes. A continuació, ens fixem en les quatre polítiques més importants recollides en el mapa: la política d'inversió, la política docent, la política d'avaluació i la política curricular.

La política educativa pot tenir un gran impacte en els resultats de matemàtiques. Però triga anys a desplegar-se del tot i depèn de dues coses: del seu disseny i de la capacitat dels governs, les agències i els actors intermedis que la implementen. La capacitat d'implementació importa tant que pot canviar el signe de l'efecte d'una política determinada. Per exemple, donar més autonomia als centres s'associa amb resultats millors en els sistemes amb institucions sòlides, i amb resultats pitjors allà on aquesta capacitat dels centres és més baixa (Hanushek, Link i Woessmann, 2013). El disseny i la implementació importen a escala sistèmica perquè la distància entre els documents del Govern i l'aula és la més gran de tot el que es planteja a la Figura 1.

Política d'inversió i finançament: importen els diners?

Els recursos sí que importen, però han de ser sostinguts i estar ben focalitzats. Durant anys es va repetir que «els diners no importen», a partir d'estudis correlacionals que comparaven districtes i sistemes amb més i menys despesa (Hanushek, 2003). Tanmateix, els estudis més recents amb dissenys causals han modificat aquesta conclusió. Jackson, Johnson i Persico (2016) van seguir alumnes exposats a les reformes de finançament escolar dels Estats Units durant les dues dècades anteriors i van trobar que els augments sostinguts de la despesa per alumne incrementaven els anys d'escolarització i els ingressos adults, sobretot entre els infants de famílies pobres. Per la seva banda, Lafortune, Rothstein i Schanzenbach (2018) van estudiar les reformes posteriors a 1990 als Estats Units a escala local i, deu anys després, els resultats relatius dels districtes de renda baixa havien millorat unes 0,1 desviacions estàndard, una cinquena part de la bretxa amb els districtes amb més ingressos. L'efecte implícit se situa entre 0,12 i 0,24 desviacions estàndard per cada 1.000 dòlars addicionals de despesa anual per alumne, sempre en el cas concret dels Estats Units. Així doncs, en aquest cas, les paraules clau sobre el finançament són que sigui «sostingut» i «focalitzat» en un tipus d'alumnat que se'n beneficia més que la resta, un argument que es pot aplicar quan comparem sistemes de renda més baixa on el potencial de millora és més gran.

Polítiques docents: qui hi entra, com se'l forma, on ensenya i com se l'avalua

La política docent decideix qui arriba a les aules, a quines aules i amb quins incentius. Pesa, però els seus millors resultats no sempre es mantenen quan s'amplia l'escala.

Qui entra a la professió i com és la seva formació inicial. A Florida, els docents que es van incorporar durant recessions econòmiques, quan les altres opcions laborals eren pitjors, van resultar després més eficaços, cosa que suggereix que el perfil d'entrada importa (Nagler, Piopiunik i West, 2020). Els programes de formació inicial mostren diferències en l'eficàcia dels seus graduats (Boyd et al., 2009), tot i que sabem menys sobre quins trets expliquen aquestes diferències. Finalment, els títols i les certificacions prediuen poc l'acompliment docent (amb dades dels Estats Units): la variació d'eficàcia entre docents amb la mateixa certificació és gran des del primer any (Kane, Rockoff i Staiger, 2008).

On ensenya el professorat. L'accés a un bon docent és desigual per a l'alumnat. Quins docents acaben en quines escoles explica una part substancial de la bretxa entre alumnes d'entorns afavorits i desafavorits (OECD, 2018), i aquest repartiment està fixat per condicions de política educativa. Les regles d'accés,

destinació i permanència a la professió que fixa cada sistema influeixen tant com el que després farà cada docent a la seva aula. Quan analitzem els docents com a factor en si mateix, veurem que és el factor escolar que més pesa.

Com s'avaluen els docents i quin impacte té aquesta avaluació. A Washington, DC, el sistema IMPACT va combinar avaluacions que, segons l'acompliment, oferien incentius econòmics i també, potencialment, la sortida del lloc de treball. Com a conseqüència del sistema, va augmentar la sortida voluntària dels docents pitjor avaluats i va millorar l'acompliment dels que s'hi van quedar (Dee i Wyckoff, 2015). Però aquest tipus de models d'avaluació, més agressius, tenen costos: quan les reformes d'avaluació docent es van estendre a desenes d'estats, els efectes sobre l'aprenentatge i la graduació van ser nuls (Bleiberg et al., 2025). A més, la pressió continuada pels resultats va tenir costos en el nombre i la qualitat de les persones que decidien dedicar-se a la docència (Kraft et al., 2020). Per això és important recordar que el que funciona en un districte amb capacitat per fer-ho bé no sempre es manté quan s'estén, o pot tenir conseqüències no esperades a escala sistèmica.

Política d'avaluació: examinar més millora les matemàtiques?

La política d'avaluació del sistema i de les escoles pot millorar els resultats, però no tot el que acaba canviant es tradueix en aprenentatge. La llei estatunidenca No Child Left Behind (NCLB, «Cap infant enrere»), de 2002, va obligar a avaluar cada any en matemàtiques i lectura tots els alumnes de tercer a vuitè grau, i va associar conseqüències a les escoles que no progressaven prou. Fins al 2007, va aconseguir incrementar els resultats de matemàtiques de quart de primària al voltant de 0,23 desviacions estàndard, amb millores en tota la distribució, un efecte rellevant. Les millores van ser menors a vuitè i no van aparèixer en lectura (Dee i Jacob, 2011). Tanmateix, és important recordar que una part d'aquest augment reflecteix la resposta als incentius de les proves i a com es construeixen, no necessàriament més aprenentatge per a tots els alumnes (Koretz, 2017).

Política curricular: canviar el currículum canvia el que s'aprèn?

La política curricular té un impacte mitjà baix si la considerem per si sola. Aquí definim la política curricular com el procés en què un Govern redacta, fixa objectius, acompanya i implementa un currículum fins a la porta de l'escola. El programa i els materials específics que tria cada escola són una altra cosa, i els veurem com a part de la secció relacionada amb el nucli pedagògic. Per exemple, l'adopció dels estàndards Common Core als Estats Units va produir efectes gairebé inapreciables (Song et al., 2022). El mecanisme d'impacte és el de tota la capa d'implementació. Si la mestra de quart continua explicant les fraccions igual que el curs passat, amb la mateixa tasca i la mateixa conversa, un decret curricular haurà recorregut tot el sistema per quedar-se a la porta de l'aula.

«Una llei canvia el paper. L'aprenentatge només canvia si canvia el que passa un dimarts al matí en una aula concreta.»

La **política educativa** pot pesar molt, però al llarg dels anys. La despesa sostinguda i focalitzada millora l'aprenentatge i la progressió; la política docent fixa qui pot ensenyar, com se'l prepara i com se l'avalua; l'avaluació externa del sistema i de les escoles pot canviar els resultats de matemàtiques, tot i que no sempre de la manera que es pretén. Són, en resum, les palanques d'un govern: els seus efectes són lents, arriben a tots els alumnes i triguen anys a notar-se a les escoles, però, quan s'encerta, l'impacte és molt gran.

Una bona direcció multiplica l'impacte dels seus docents

La direcció escolar és la primera parada de la via d'impacte educativa un cop arribem al centre educatiu. Té una gran importància perquè contribueix que el professorat treballi millor i que l'escola funcioni amb objectius compartits. Tot i que algunes estimacions del seu efecte sobre l'aprenentatge siguin petites, continua sent un punt estratègic per intervenir: permet organitzar millores per a tot el claustre i connectar l'ensenyament amb les famílies, els recursos i els valors del centre. Per valorar-ne la contribució, convé distingir entre quant influeix i com ho fa.

Quant influeix la direcció en l'aprenentatge de l'alumnat?

Les estimacions recents aconsellen moderar les expectatives sobre l'efecte d'una persona. Grissom, Egalite i Lindsay (2021) estimaven que una desviació estàndard més d'eficàcia del director incrementava l'aprenentatge en 0,13 desviacions estàndard en matemàtiques i 0,09 en lectura. Tanmateix, alguns mètodes atribuïen a la direcció canvis deguts a altres factors, i l'escassa mobilitat de directors entre escoles dificultava separar l'efecte de la persona del del centre. En abordar aquests problemes amb dades de Tennessee, Nova York i Oregon, Bartanen, Husain i Liebowitz (2024) estimen unes 0,03 desviacions estàndard en matemàtiques. Aquesta xifra inclou la influència exercida a través del professorat: no és un efecte exclusivament directe al qual després puguem sumar altres efectes indirectes.

Com ajuda la direcció a millorar l'ensenyament?

La principal via d'actuació és millorar les condicions per ensenyar. Les revisions destaquen el suport pedagògic, el desenvolupament professional i la col·laboració com a pràctiques rellevants del lideratge (Robinson, Lloyd i Rowe, 2008; Grissom, Egalite i Lindsay, 2021; Tan, Dimmock i Walker, 2024). Una revisió de 51 estudis troba associacions entre els comportaments de lideratge i l'aprenentatge de l'alumnat d'entre 0,08 i 0,16 desviacions estàndard; les associacions són més grans amb el benestar docent —entre 0,34 i 0,38— i les pràctiques d'ensenyament —0,35— (Liebowitz i Porter, 2019). L'evidència és gairebé del tot observacional: assenyala relacions rellevants, però no demostra per si sola causalitat.

Aquestes relacions es concreten en el funcionament del claustre. Els docents que treballen en centres amb una col·laboració professional de més qualitat milloren més de pressa (Ronfeldt et al., 2015). Així mateix, els directors més ben valorats retenen més els docents d'alt rendiment i registren una sortida més gran dels pitjor avaluats (Grissom i Bartanen, 2019). Per tant, la gestió del professorat mereix una atenció especial: presenta debilitats i es relaciona estretament amb les pràctiques d'ensenyament i l'aprenentatge (Bloom et al., 2015; Lemos, Muralidharan i Scur, 2024).

Organitzar bé el centre també forma part de la millora pedagògica. En més de 1.800 escoles de vuit països, Bloom et al. (2015) troben que una gestió millor —organització del treball, recursos, seguiment dels resultats i de les persones— s'associa amb resultats educatius millors. L'estudi no permet establir causalitat. Amb un disseny que aprofita els canvis de director en instituts italians, Di Liberto et al. (2026) estimen que una desviació estàndard més de qualitat de gestió incrementa els resultats en 0,09 desviacions estàndard en matemàtiques i 0,07 en llengua, i augmenta les aspiracions universitàries. Aquestes xifres responen a preguntes diferents de les estimacions sobre eficàcia individual: no se sumen ni demostren que l'impacte augmenti automàticament amb els anys.

L'organització es basa, a més, en la cultura del centre: confiança entre professionals, expectatives compartides i convicció que el claustre pot millorar els resultats. Aquesta última, l'eficàcia col·lectiva docent, s'associa amb el rendiment en lectura i matemàtiques, tot i que l'evidència observacional no permet atribuir-li per si sola aquestes diferències (Goddard, Hoy i Woolfolk Hoy, 2000). La direcció contribueix a sostenir aquestes condicions mitjançant prioritats clares, suport i rutines de col·laboració (Grissom, Egalite i Lindsay, 2021).

Què passa quan canvia la direcció del centre?

La continuïtat ajuda a protegir aquest treball col·lectiu. Bartanen, Grissom i Rogers (2019) estimen que els canvis de direcció redueixen el rendiment al voltant de 0,03 desviacions estàndard el curs següent, de mitjana. El cost és més gran quan el director es trasllada a una altra escola i es pot atenuar si el successor té experiència. Això aconsella tenir cura dels relleus, sense confondre estabilitat amb eficàcia.

La implicació pràctica és enfortir les pràctiques que permeten al professorat ensenyar millor i sostenir-les com a part del funcionament habitual del centre. Aquí rau la contribució del lideratge: a convertir el treball de molts docents en una millora compartida.

L'efecte directe d'una **direcció** sobre les matemàtiques és petit en un curs, al voltant de 0,03 a 0,07 desviacions estàndard, però creix amb els anys quan hi ha pràctiques de gestió sostingudes. Actua de manera indirecta, a través del professorat: organitza la col·laboració, protegeix el temps, sosté expectatives altes i reté els qui milloren. És una palanca necessària per a cada escola i la seva estabilitat és important: els canvis de direcció tenen un cost mesurable.

El docent és el factor escolar més important

Arribem al final de la segona via, l'educativa. I hi apareix el docent individual: els docents representen el factor escolar que més impacta en les matemàtiques en un curs, i aquest efecte s'acumula al llarg dels anys.

Quant pesa un bon docent?

Molt, i cada curs. La literatura sobre el valor afegit docent, construïda majoritàriament amb dades administratives dels Estats Units, situa la diferència entre docents entre 0,10 i 0,20 desviacions estàndard d'aprenentatge matemàtic per curs (Rockoff, 2004; Rivkin, Hanushek i Kain, 2005; Chetty, Friedman i Rockoff, 2014a). La dada descriu quant varia l'ensenyament entre aules dins d'un mateix sistema i la seva magnitud és notable. En un sol curs, passar d'un docent d'eficàcia mitjana a un d'especialment eficaç val tant com un bon programa educatiu, o més: recordem que la mediana dels programes avaluats amb rigor se situa al voltant de 0,10 desviacions estàndard. A diferència d'un programa, aquest efecte es repeteix cada any amb cada grup. Un alumne que encadena bons docents acumula molt d'avantatge respecte dels seus companys (Figura 2).

Valor afegit. L'aportació d'un docent al progrés dels seus alumnes, descomptant el punt de partida i les característiques del grup. És la manera menys injusta de comparar docents que ensenyen a grups molt diferents, i les estimacions superen les proves més rigoroses disponibles per detectar biaixos (Chetty, Friedman i Rockoff, 2014a).

Què més canvia un bon docent?

No canvia només el que es veu en les notes o en les proves externes. Els alumnes que passen per docents d'alt valor afegit tenen més probabilitats d'anar a la universitat i ingressos més alts en l'edat adulta (Chetty, Friedman i Rockoff, 2014b). I la part que no es veu als exàmens pot ser la més important: Jackson (2018) va seguir més de mig milió d'alumnes de novè curs a Carolina del Nord i va trobar que l'efecte d'un docent sobre el comportament dels seus alumnes (l'assistència, les sancions, la promoció de curs) prediu la graduació molt millor que el seu efecte sobre les notes. Amb tot, un bon docent mou els tres nivells de resultats de la secció 1: el que s'aprèn, el vincle amb l'escola i l'assignatura, i la progressió o trajectòria.

Què distingeix els docents que aconsegueixen més aprenentatge?

El que saben i la seva experiència per ensenyar. Ja hem vist que els títols prediuen poc. El que sí que prediu l'aprenentatge dels alumnes és el coneixement dels docents, i no qualsevol coneixement. En matemàtiques, l'estudi alemany COACTIV va seguir durant un curs 181 docents de matemàtiques i els seus 4.353 alumnes de desè curs. El que va impulsar el progrés de l'alumnat va ser el coneixement didàctic del contingut, més que el coneixement matemàtic per si sol. I el mecanisme va ser l'activació cognitiva de les classes: fins a quin punt les tasques proposades feien pensar (Baumert et al., 2010). L'enquesta de coneixement docent de l'OCDE, amb uns 20.000 docents de secundària de vuit països, apunta en la mateixa direcció. Allà on els docents saben més sobre com s'ensenya, els alumnes rendeixen més a PISA i les classes dediquen més temps a ensenyar i menys a mantenir l'ordre (OECD, 2026). En tot cas, és un conjunt de correlacions, no d'efectes causals.

Coneixement didàctic del contingut. Saber matemàtiques per ensenyar-les: quina representació funciona per a cada concepte, quins errors són típics i quina pregunta desbloqueja un alumne encallat. És diferent de saber més matemàtiques, i prediu millor l'aprenentatge.

L'efecte acumulat de l'eficàcia docent

Avantatge acumulat d'un alumne segons els docents que encadena curs rere curs

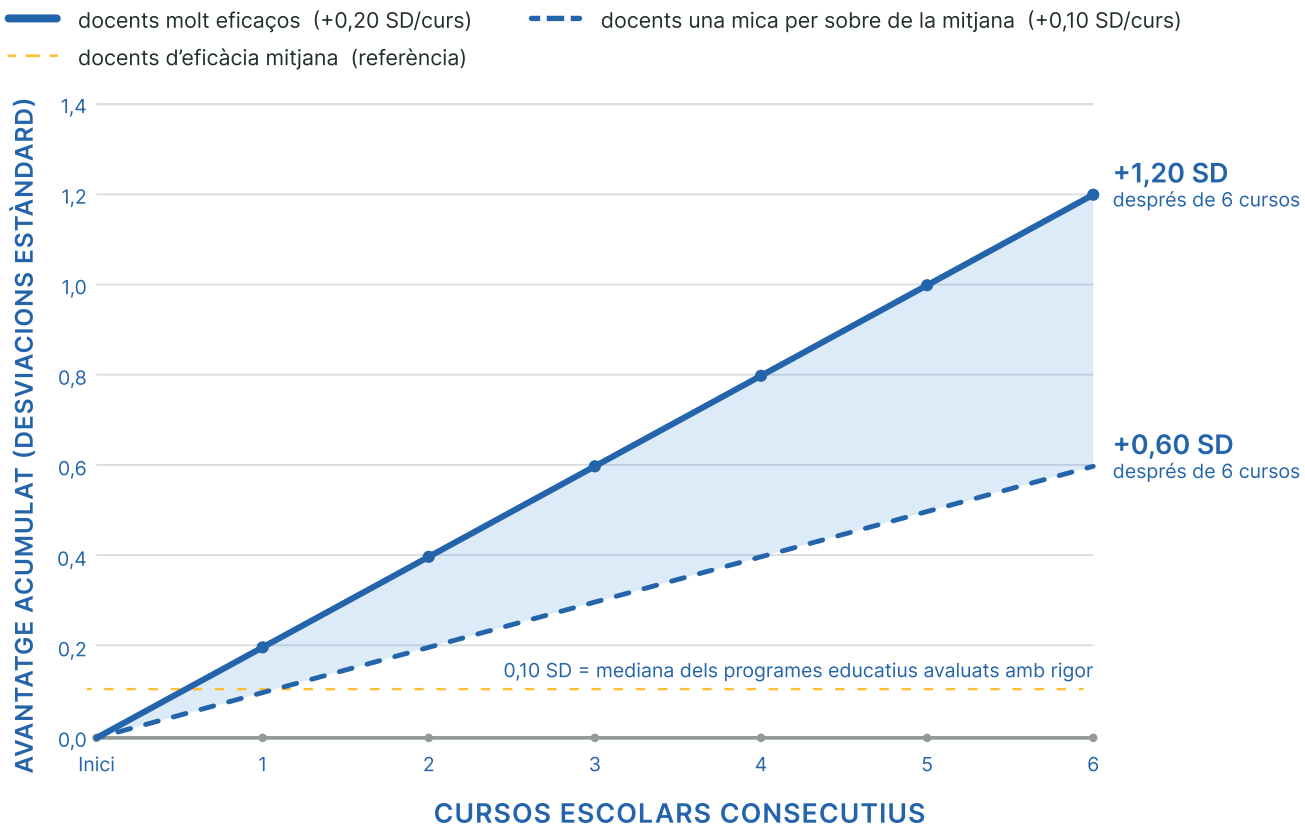


Figura 2. L'efecte acumulat de l'eficàcia docent.
Nota: trajectòries simulades d'un alumne que encadena docents d'eficàcia mitjana en comparació amb un altre que encadena docents un nivell per sobre, amb avantatges de 0,10 i 0,20 desviacions estàndard per curs. Simulació il·lustrativa, no una estimació empírica: suposa que l'efecte de cada curs es conserva íntegrament, cosa que l'evidència sobre la disminució dels efectes amb el temps no garanteix. Elaboració pròpia a partir dels intervals de valor afegit citats en el text.

Es pot millorar l'eficàcia docent?

Sí, i durant més temps del que es creia al llarg de la carrera professional. Els docents continuen millorant de manera apreciable més enllà dels cinc primers anys de carrera, especialment en matemàtiques, i hi ha indicis que la millora continua en la segona dècada (Papay i Kraft, 2015). Part de la millora es produeix des d'una perspectiva col·lectiva: la qualitat dels col·legues amb qui ha treballat un docent explica al voltant d'un 20 % del seu acompliment individual (Jackson i Bruegmann, 2009). I aquest canal es pot activar de manera intencionada: un projecte experimental que aparellava docents amb dificultats en una destresa concreta amb col·legues que la dominaven va incrementar els resultats dels seus alumnes en 0,12 desviacions estàndard, amb efectes que es van mantenir el curs següent (Papay et al., 2020). Això mostra que una escola pot aconseguir més que la suma dels seus docents de partida i que donar suport als docents té un potencial d'impacte ampli.

En aquest sentit, de totes les maneres d'invertir en els docents en exercici, la que té el suport causal més clar és l'acompanyament a l'aula, el coaching docent. Un expert treballa amb cada docent sobre la seva pròpia pràctica i a la seva pròpia aula, amb sessions individuals freqüents, basades en l'observació, mantingudes durant mesos i centrades en destreses concretes. És el contrari d'una formació genèrica d'una tarda per a un grup de docents. Kraft, Blazar i Hogan (2018) van reunir 60 estudis causals sobre coaching i van trobar que el coaching docent millora la pràctica docent en 0,49 desviacions estàndard i l'aprenentatge de l'alumnat en 0,18, més que la majoria de les intervencions d'aquest informe. Un dels assajos inclosos, amb 78 docents de secundària, va mesurar la millora de l'alumnat el curs posterior al programa, fet que suggereix que l'efecte no desapareix quan acaba l'acompanyament (Allen et al., 2011).

Amb tot, és important interpretar l'anterior amb cautela. Els programes de més de cent docents aconsegueixen al voltant d'un terç de l'efecte dels petits sobre l'aprenentatge, cosa que mostra, un cop

més, els reptes d'implementar un bon programa a gran escala (Kraft, Blazar i Hogan, 2018; Kraft i Blazar, 2018). I, d'altra banda, les hores d'un programa de coaching no prediuen l'impacte; importa què es fa en cada sessió i la seva continuïtat. El marge més gran de millora del sistema a curt i mitjà termini és acompanyar el professorat en exercici. Però és car, es dilueix quan creix i depèn del disseny, no d'acumular hores.

El docent és el factor escolar que més pesa: entre 0,10 i 0,20 desviacions estàndard de matemàtiques per curs, tant o més que un bon programa, amb efectes que arriben a la universitat i als ingressos adults. Actua de manera directa, dins de l'aula i cada curs, i el seu efecte s'acumula. I l'escola el pot ajudar a millorar: els docents milloren durant anys, aprenen dels seus col·legues i responen a l'acompanyament a l'aula, la via de millora amb suport causal més clar i també la més difícil d'estendre a gran escala.

5 | Tot desemboca a l'aula: el nucli pedagògic

Les dues vies s'acaben aquí. El barri, la família, la política, la direcció: tot millora l'aprenentatge només en la mesura que canvia el que passa en una aula concreta, al voltant d'una tasca concreta.

Nucli pedagògic. La interacció entre el docent, l'alumnat i el contingut al voltant d'una tasca. Es descriu com una relació d'interdependència (simplificada, de vegades, com una multiplicació) i no com una suma perquè cap element no actua per si sol. L'efecte de millorar-ne un depèn de com estiguin els altres dos, i tots els altres factors del mapa milloren l'aprenentatge en la mesura que alteren el que passa aquí.

On té lloc l'aprenentatge?

Cohen, Raudenbush i Ball (2003) van formalitzar aquesta manera d'entendre l'ensenyament, que després es va popularitzar com l'eix de la millora escolar (City et al., 2009). En matemàtiques, la interacció s'articula mitjançant les tasques i la manera com el docent les planteja i les gestiona: quins problemes proposa, com incorpora les respostes de l'alumnat i quines oportunitats ofereix per desenvolupar el contingut (Vilalta-Riera, Deulofeu-Piquet i Morera Úbeda, 2024).

Cap dels tres elements no actua per separat, i les dues vies ho han mostrat. Un docent amb molt de coneixement didàctic es queda curt si l'alumne no participa. La motivació de l'alumne no és suficient si la tasca no li permet connectar amb el que ja sap. I un docent crea més situacions d'aprenentatge significatives si l'objectiu d'aprenentatge és clar. Per això el nucli s'assembla més a una multiplicació que a una suma, tot i que això és una simplificació que utilitza llenguatge matemàtic. El que importa en la relació del nucli és la interdependència entre els tres termes: si un dels tres és a prop de zero, difícilment hi haurà aprenentatge.

Posem el focus en el nucli pedagògic per tres raons. Reuneix els elements que intervenen directament en l'aprenentatge. Els programes amb més impacte hi actuen. I és on una escola pot actuar de manera més directa: no canvia la llei ni el barri, però decideix amb quin programa ensenya, com acompanya els seus docents i com atén cada alumne.

Importen els materials?

Si no van acompanyats d'un bon suport, importen poc. Vinculats a la formació, importen força més. Els materials de matemàtiques de qualitat (HQIM, per les sigles en anglès)[3] concreten el contingut i les tasques amb què es treballa, i per això tenen el seu propi requadre al mapa. Però canviar de llibre de text, per si sol, no marca grans diferències (Blazar et al., 2020). La formació intensiva en contingut matemàtic sense vincle amb els materials i la pràctica d'aula millora el que saben els docents, però rarament el que aprenen els alumnes (Garet et al., 2016). Quan els materials i la formació s'uneixen, l'efecte creix. En una metaanàlisi de 95 programes de millora de l'ensenyament de ciències i matemàtiques, l'efecte mitjà va ser de 0,21 desviacions estàndard, i els programes que unien materials i formació van obtenir efectes al voltant de 0,10 desviacions estàndard superiors als dels que oferien només una de les dues coses (Lynch et al., 2019; vegeu també Fryer, 2014, i Clements et al., 2011). Un producte entra a l'aula per un sol punt. Un programa actua sobre els tres termes del nucli alhora.

Quin paper té la implementació?

Decideix si tot l'anterior arriba a l'aula. El mapa distingeix dos nivells, tal com mostrava la Figura 1 (aquí desplegada de nou). La implementació en el sistema fixa les condicions organitzatives i els suports. La implementació a l'aula converteix aquestes condicions en oportunitats d'aprenentatge. La direcció pot

3 HQIM: High-Quality Instructional Materials (materials educatius d'alta qualitat).

oferir formació, però la seva utilitat depèn que hi hagi temps, que la càrrega de treball ho permeti i que els docents hi participin. I tenir bons materials no garanteix que s'utilitzin de manera que se n'aprofiti el potencial.

La qualitat de la implementació es relaciona amb els resultats (Durlak i DuPre, 2008). La regla proposada a la figura és fidelitat en la implementació primer i adaptació guiada després a través de la retroacció: això permet preservar els components amb suport empíric sense convertir el programa en un guió inamovible (Century i Cassata, 2016). En un programa de lectura d'estiu, les adaptacions docents planificades a partir del context local van millorar la comprensió lectora i van mantenir una alta fidelitat als components centrals (Kim et al., 2017). I el procés no s'acaba aquí, ja que implementar exigeix un procés de retroacció permanent: observar què es fa realment, compartir aquesta informació i fer-la servir per ajustar (Meyers et al., 2012).

El nucli pedagògic és on conflueixen les dues vies i on es produeix l'aprenentatge. Els seus tres termes, docent, alumnes i contingut, es multipliquen: millorar-ne un serveix de poc si els altres fallen. Els materials pesen poc per si sols i força més quan es vinculen a la formació. I res d'això no funciona si no arriba a l'aula en condicions: primer fidelitat, després adaptació guiada i sempre un bucle de retroacció. És el lloc on una escola pot actuar de manera més directa en cada curs.

6 | Una guia per situar què pot fer una escola

Hem recorregut les dues vies fins al nucli pedagògic. Aquesta secció respon, factor per factor, a la pregunta que dona sentit a l'informe des de la perspectiva d'una escola: de tot el que influeix en les matemàtiques, sobre què pot actuar un centre, i al cap de quant de temps es notarà? La taula 1 reuneix les respostes i la figura 3 les representa. Abans convé aclarir què entenem per «poder actuar» sobre un factor, perquè d'això depèn llegir-les bé totes dues.

Què significa que una escola «pugui actuar» sobre un factor?

Tots els factors del mapa tenen un origen i una certa oportunitat de canvi, i el que és crític en aquest cas és quina part d'aquest canvi pot tenir lloc dins de l'escola. Per exemple, un docent es va formar fora de l'escola, a la universitat i als centres per on va passar abans, i res d'això no ho decideix el centre on treballa avui. Però gairebé tot el que fa com a docent té lloc dins de l'escola: amb quin suport ensenya, com prepara les classes i quin acompanyament i quina formació rep. I amb l'equip directiu passa el mateix.

En canvi, la influència que té una escola sobre com es desenvolupa un alumne està més repartida. Una part molt important té lloc a l'aula: què sap avui de fraccions, com s'enfronta a un problema que no surt a la primera, si participa en la conversa matemàtica o si ha començat a pensar que «les mates no són per a ell». Sobre aquesta part, l'escola actua cada dia, segons la tasca que es faci servir, com la gestioni el docent i el clima d'aula. Però l'alumne continua aprenent i desenvolupant-se fora, a casa i amb la família, i el que porta dels anys anteriors (la seva herència, la salut dels primers anys, les converses de casa) ni ho decideix l'escola ni ho pot desfer.

Amb la família, la pregunta clau per a una escola és sobre quins mecanismes pot actuar. Alguns són al seu abast: les expectatives que una família té sobre el seu fill, la seva participació i el suport a l'aprenentatge a casa. Sobre altres mecanismes no es pot influir: els estudis dels pares, la feina, la renda i la salut dels primers anys. Finalment, a l'extrem del mapa, hi ha la societat i la política educativa, que arriben a l'escola ja fetes: el centre en rep les condicions i, com a molt, hi pot influir col·lectivament i a anys vista.

Aquests matisos són importants. Quan en aquest informe diem que la família «pesa més que l'escola», parlem de l'origen de les diferències. Quan diem que l'escola «pot actuar sobre l'alumnat», parlem del que passa a partir del moment en què l'alumne travessa la porta de l'aula.

Quin marge té l'escola i quant pesa cada factor?

Abans de respondre aquestes preguntes, convé fixar el punt de partida. Allò sobre què una escola vol influir principalment és l'**alumne**: què aprèn, com es relaciona amb les matemàtiques i com progressa dins del sistema. L'alumnat no és, per tant, una palanca més, sinó el destí de totes elles. Els altres factors interessen en la mesura que modifiquen aquest resultat.

Amb aquesta meta al cap, la **taula 1** pretén respondre quin marge té l'escola per intervenir, amb el focus en tres preguntes: si l'escola pot actuar sobre un factor determinat, com de fàcil resulta canviar-lo i quin **abast** té. La primera pregunta admet tres respostes. «Sí», quan gairebé tota l'expressió del factor té lloc dins de l'escola: docents, direcció i materials. Aquestes són les palanques del centre. «Parcialment», quan l'escola actua sobre alguns mecanismes i no sobre d'altres: les famílies. L'escola pot influir en les expectatives de les famílies, la seva participació i el suport a la llar, però no pot canviar la majoria de factors que caracteritzen la família. «No», quan el centre només rep les condicions: la societat i la política educativa, amb l'excepció del clima d'aula, que és la via per la qual actuen els companys. Els punts indiquen quina part de l'expressió de cada factor és a l'abast de l'escola.

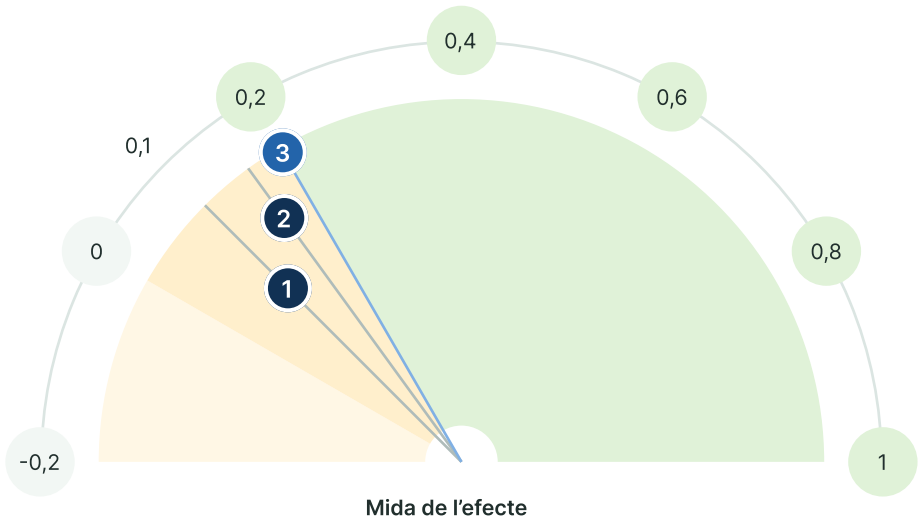
Factor	Controlat pel centre? Ho decideix el centre?	Facilidad de cambio És fàcil que el centre ho canviï?	Alcance Qui se'n beneficia quan canvia?	Iniciativa d'exemple Una acció que pot emprendre un centre
Docents	**Sí**	●●●○ Mitjana	Una aula	Acompanyament sostingut a l'aula vinculat als materials de matemàtiques
Materiales (HQIM)	**Sí**	●●●● Alta	Tot el centre	Materials d'alta qualitat i formació sobre com fer-los servir
Lideratge i cultura del centre	**Sí**	●●●○ Mitjana	Tot el centre	Temps protegit perquè el professorat planifiqui conjuntament i s'observi mútuament
Famílies	Parcialmente	●●○○ Baixa	Estudiants individuals	Activitats setmanals breus a casa i consells per parlar de matemàtiques en positiu
Política educativa	No	●○○○ Molt baixa	Tot el sistema	—
Societat	No	●○○○ Molt baixa	Tot el sistema	—

Facilidad de cambio ●○○○ molt baixa ●●○○ baixa ●●●○ mitjana ●●●● alta

Taula 1. Quin marge té una escola sobre cada factor i a qui arriba
Nota: Elaboració pròpia.

Un cop definit el marge d'acció, la segona pregunta és quin **pes** té cada factor. La resposta depèn de què volem dir amb això. Ens podem preguntar quins factors expliquen millor els resultats observats, cosa que dependrà molt de l'escala que vulguem observar. Vist des del conjunt de sistemes, com a la figura 1, la societat, els valors i la política educativa expliquen bona part de les diferències entre països. Dins d'un sistema i una societat concrets, les famílies i el que cada alumne porta amb ell són el factor que més pesa en les diferències entre alumnes. Però en tots els casos ens centrem en una anàlisi que té en compte el punt de partida, no el marge de millora. És a dir, és el que l'escola rep, no necessàriament el que pot modificar.

Una pregunta més útil per a un centre és, de les **palanques** que són accessibles, quina té més impacte en la meta final, que és l'alumne. La figura 3 ordena els tres factors sobre els quals l'escola sí que pot actuar segons el seu efecte mitjà sobre l'aprenentatge de l'alumnat i segons el seu abast, d'aula o d'escola. El professorat és la palanca de més impacte i la més accessible des del centre, a través de la formació, l'acompanyament, la interacció i el suport. El segueixen els equips directius, l'impacte dels quals pot ser rellevant, però es produeix en general a través del professorat. I després el contingut curricular i els materials, la influència dels quals varia segons la seva qualitat i segons si es complementen amb acompanyament en la implementació i formació professional.



INTERPRETAR LA MIDA DE L'EFECTE

Sense efecte = 0 DE

Petit < 0,05 DE — «menys de 2 setmanes d'aprenentatge»

Mitjà = 0,05–0,19 DE — «de 2 setmanes a 2 mesos»

Gran ≥ 0,20 DE — «més de 2 mesos»

Segons Kraft (2020). Equivalències aproximades per als primers cursos de primària (0,10 DE ≈ 1 mes). DE = desviació estàndard.

1 Materials i currículum

+0,05 a +0,1 DE

Impacte d'uns materials de matemàtiques de qualitat en l'aprenentatge

Abast: tota l'escola

2 Direcció

+0,07 a +0,16 DE

Impacte d'una direcció eficaç en l'aprenentatge

Abast: tota l'escola

3 Docents

+0,2 DE / curs

Impacte d'un docent especialment eficaç en l'aprenentatge

Abast: l'aula

Figura 3. Quant pesa cadascun dels tres factors sobre els quals l'escola pot actuar.
Nota: Elaboració pròpia a partir dels principals resultats d'aquest informe.

7 | Preguntes per a la pràctica

Al llarg de l'informe hem vist que el sistema que influeix en els resultats de l'alumnat és complex i té múltiples factors interconnectats. Les set preguntes següents resumeixen una manera pràctica de situar qualsevol decisió sobre matemàtiques en el mapa abans de prendre-la. Segueixen l'ordre del recorregut: què volem canviar, sobre què actuem i si arribarà a l'aula.

1. Quin resultat volem millorar? L'aprenentatge, la relació amb les matemàtiques o la progressió dins del sistema. Un programa en pot millorar un sense modificar els altres. Cal dir quin esperem que canviï abans de començar.

2. Sobre quin factor actua aquesta decisió, i el pot modificar una escola en poc temps? Una escola no canvia el barri ni la llei en un curs. Sí que pot acompanyar les famílies, atendre el que porta cada alumne, organitzar la direcció, acompanyar els docents i triar els materials. Cada hora del claustre dedicada a lamentar el que no es pot canviar és una hora menys per al que sí que es pot fer.

3. Què sap ja cada alumne, què porta i què necessita? Una avaluació útil identifica tant els coneixements concrets que falten com les estratègies, llengües, experiències i interessos ja disponibles. Una dificultat persistent exigeix suport primerenc i, quan correspongui, avaluació especialitzada. I la resposta continua sent matemàtica: ajustar la tasca, les representacions, el llenguatge i la intensitat del suport.

4. Què fa la direcció perquè els docents que milloren es quedin? Protegir el temps, organitzar l'observació entre iguals i retenir deliberadament els qui milloren és el paper amplificador de la direcció. I cada canvi d'equip directiu té un cost mesurable.

5. Qui acompanya els nostres docents dins de l'aula, i en quins continguts? Si només es pot protegir una inversió, que sigui l'acompanyament sostingut dels docents a la seva aula i sobre el contingut concret que ensenyen: les fraccions de quart, l'àlgebra primerenca. La formació pedagògica abstracta arriba poc a l'aprenentatge de l'alumnat.

6. Com actua la proposta sobre els tres termes del nucli pedagògic? Un producte entra a l'aula per un sol punt, els materials, i el seu efecte depèn del que docents i alumnes hi facin. Un programa actua sobre els tres termes. L'evidència causal més sòlida d'aquest informe prové d'aquest tipus de dissenys, i l'informe «Pot un programa de matemàtiques canviar realment l'aprenentatge?» revisa què poden prometre els programes curriculars de matemàtiques.

7. Com es mantindrà la fidelitat als components essencials quan el programa creixi? L'impacte de l'acompanyament docent cau a un terç quan un programa supera el centenar de docents. La pregunta incòmoda per a qualsevol proveïdor és qui forma els formadors i com es manté l'especialització matemàtica quan el programa passa de cent escoles a mil.

Aquestes set preguntes serveixen per situar una decisió en el mapa abans de prendre-la. Les dues primeres diuen què volem millorar i si és a les nostres mans. Les següents recorren el mapa fins al nucli: què porta cada alumne, qui sosté els docents, si la proposta arriba a l'aula pels tres termes alhora i si aguantarà quan creixi.

8 | Per acabar

La pregunta amb què sol començar la conversa sobre els resultats de matemàtiques, «de qui és la culpa?», té una versió més útil: de tot el que hi influeix, què pesa més, com actua i què pot fer una escola, i en quant de temps? Aquest informe ha intentat respondre-la per parts. Per una via, l'entorn empeny o frena amb els anys, la família fixa un punt de partida que arriba a l'aula convertit en coneixements, emocions, llengües i identitats, i l'alumne participa en el que passa. Per l'altra, la política fixa les condicions, la direcció organitza i el docent actua on es produeix l'aprenentatge. Gairebé tot hi influeix. Ben poc el produeix directament. I el que una escola pot modificar es concentra en un sol lloc: la interacció diària entre docents i alumnes al voltant de tasques riques, i el suport que fa que aquesta interacció millori any rere any (Cohen, Raudenbush i Ball, 2003).

Per aprendre matemàtiques cal tot un sistema. La part que una escola pot modificar té nom: qui ensenya, el suport que rep i com aquest ensenyament respon al que porta cada alumne.

9 | Preguntes freqüents

«Si la família pesa més que tot el que fa l'escola, per què esforçar-se a canviar res de l'aula?»

Precisament per això. Que el punt de partida no sigui igual per a tothom no significa que tot estigui decidit. Fa més necessària l'escola, que és l'única institució que arriba a tots els infants, vinguin d'on vinguin. I el factor escolar més potent, el docent, actua cada curs i el seu efecte s'acumula. A més, el pes de la família és una mitjana, i una mitjana no descriu cap alumne. L'índex socioeconòmic explica al voltant del 15 % de la variació dels resultats dins de cada país: la major part del que distingeix un alumne d'un altre és en una altra banda. A cada aula hi ha alumnes que aprenen molt més del que prediu el seu origen, i d'altres que aprenen força menys. La correlació és real. El recorregut individual no està escrit. No té sentit demanar a un material de matemàtiques que compensi per si sol sis anys de desigualtat. Sí que en té concentrar l'esforç allà on l'escola pot actuar.

«Soc docent i aquest informe em carrega tota la responsabilitat. No em sembla just.»

La conclusió és la contrària. Que el docent sigui el factor escolar més potent no significa que el resultat depengui només del seu esforç individual. Significa que un sistema que no en té cura desaprofita la seva palanca més valuosa. L'evidència d'aquest informe reparteix responsabilitats cap amunt: direccions que protegeixin el temps i organitzin la col·laboració, administracions que financin acompanyament sostingut en lloc de tallers aïllats, i programes que arribin a l'aula amb formació i suport, no només amb materials. La millora del docent, a més, és en part col·lectiva: depèn dels col·legues que té al costat i de les estructures que li permeten aprendre'n. La conclusió no és «esforça't més». És «que ningú no ensenyi matemàtiques sense el suport necessari».

«El nostre centre va pagar uns materials excel·lents i els resultats gairebé no van millorar. Ens van enganyar?»

Probablement no. El més probable és que faltessin les altres dues parts de la multiplicació. Els materials, per si sols, tenen un efecte modest: és un dels resultats més repetits de la literatura, no una raresa del vostre centre. Sense formació vinculada als materials, queden infrautilitzats. I fins i tot amb formació, no rendeixen si ningú no mira com respon l'alumnat. Abans de tornar a canviar de materials, pregunteu-vos quin acompanyament teniu amb els actuals: quanta formació es va centrar en aquelles tasques concretes, qui va entrar a les aules per donar suport al seu ús, què es va ajustar en veure la resposta dels alumnes. La bona notícia és que l'ordre es pot invertir. El material que ja teniu pot ser la base de l'acompanyament. I per llegir els estudis d'eficàcia que us ensenyin, les eines són a l'informe «Funciona o no funciona? Com entendre l'evidència d'un programa de matemàtiques».

«Aleshores, l'alumne ha de venir motivat perquè l'ensenyament funcioni?»

No. La motivació no és una entrada que l'alumne hagi de pagar abans d'aprendre. Cada alumne porta una història amb les matemàtiques, però la seva resposta canvia amb la tasca, el nivell de repte, els suports, la retroacció i el clima de l'aula. Les intervencions de mentalitat de creixement en són un bon exemple. En un experiment nacional als Estats Units, una intervenció breu va millorar en una dècima de punt les notes dels alumnes amb pitjors resultats, i l'efecte va ser més gran als centres on les normes entre companys donaven suport a l'esforç (Yeager et al., 2019). De mitjana, els seus efectes sobre el rendiment són petits (Sisk et al., 2018). Poden ajudar, però no substitueixen un ensenyament que ofereixi experiències reals de comprensió i progrés. La pregunta és quines condicions permeten a cada alumne implicar-se, i què diu la seva resposta sobre el suport que necessita després.

«I la ràtio? I els deures? I les pantalles? No apareixen en aquest mapa.»

Hi apareixen, dins de les capes. La ràtio és una decisió de política d'inversió i, dins del centre, d'organització dels recursos. Els deures depenen de l'aula i de la llar, i ja hem vist que l'ajuda familiar amb els deures té resultats dispars. Les pantalles travessen la política educativa, les decisions de l'escola i, fora de l'escola, la família. Cadascuna d'aquestes qüestions demana una revisió pròpia de l'evidència. El que aporta aquest mapa és una manera de situar-les: per quina capa entren i a quin terme del nucli pedagògic arriben.

«La meva filla té aquest curs "una profe de les bones". Quant canvia això les coses?»

Més del que es veurà al juny. En un sol curs, la diferència entre un docent d'eficàcia mitjana i un d'especialment eficaç se situa al voltant de 0,10–0,20 desviacions estàndard. Si posem en fila els vint-i-cinc alumnes d'una classe, ordenats per resultats, equival a fer pujar l'alumne del mig un o dos llocs. Pot semblar poc. Però aquest efecte arriba a coses que no surten a les notes: la confiança, el comportament, les ganes de continuar aprenent. I quan s'encadenen bons docents, les millores s'acumulen curs rere curs i s'acaben notant en la trajectòria posterior i en els ingressos en l'edat adulta. Cap curs no decideix per si sol una trajectòria, però tots compten. I a la inversa: un mal curs tampoc no és una condemna.

Bibliografia

Aizer, A., Currie, J., Simon, P., i Vivier, P. (2018). Do low levels of blood lead reduce children's future test scores? [Els nivells baixos de plom a la sang redueixen les puntuacions futures dels infants en proves?] *American Economic Journal: Applied Economics, 10*(1), 307–341.

Allen, J. P., Pianta, R. C., Gregory, A., Mikami, A. Y., i Lun, J. (2011). An interaction-based approach to enhancing secondary school instruction and student achievement [Un enfocament basat en la interacció per millorar l'ensenyament secundari i el rendiment de l'alumnat]. *Science, 333*(6045), 1034–1037.

Almond, D., Edlund, L., i Palme, M. (2009). Chernobyl's subclinical legacy: Prenatal exposure to radioactive fallout and school outcomes in Sweden [El llegat subclínic de Txernòbil: exposició prenatal a la pluja radioactiva i resultats escolars a Suècia]. *The Quarterly Journal of Economics, 124*(4), 1729–1772.

Avvisati, F., Gurgand, M., Guyon, N., i Maurin, E. (2014). Getting parents involved: A field experiment in deprived schools [Implicar els pares: un experiment de camp en escoles desafavorides]. *The Review of Economic Studies, 81*(1), 57–83.

Bailey, D. H., Duncan, G. J., Cunha, F., Foorman, B. R., i Yeager, D. S. (2020). Persistence and fade-out of educational-intervention effects: Mechanisms and potential solutions [Persistència i esvaïment dels efectes de les intervencions educatives: mecanismes i solucions potencials]. *Psychological Science in the Public Interest, 21*(2), 55–97.

Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., i Daucourt, M. C. (2021). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement [Una metaanàlisi de la relació entre l'ansietat matemàtica i el rendiment en matemàtiques]. *Psychological Bulletin, 147*(2), 134–168.

Bartanen, B., Grissom, J. A., i Rogers, L. K. (2019). The impacts of principal turnover [Els impactes de la rotació dels directors escolars]. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 41*(3), 350–374.

Bartanen, B., Husain, A. N., i Liebowitz, D. D. (2024). Rethinking principal effects on student outcomes [Repensar els efectes dels directors escolars sobre els resultats de l'alumnat]. *Journal of Public Economics, 234*, 105115.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., i Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress [El coneixement matemàtic dels docents, l'activació cognitiva a l'aula i el progrés de l'alumnat]. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133–180.

Bietenbeck, J. (2020). The long-term impacts of low-achieving childhood peers: Evidence from Project STAR [Els impactes a llarg termini dels companys d'infància amb baix rendiment: evidència del projecte STAR]. *Journal of the European Economic Association, 18*(1), 392–426.

Blazar, D., Heller, B., Kane, T. J., Polikoff, M., Staiger, D. O., Carrell, S., Goldhaber, D., Harris, D. N., Hitch, R., Holden, K. L., i Kurlaender, M. (2020). Curriculum reform in the Common Core era: Evaluating elementary math textbooks across six U.S. states [La reforma curricular en l'era del Common Core: avaluació de llibres de text de matemàtiques de primària en sis estats dels EUA]. *Journal of Policy Analysis and Management, 39*(4), 966–1019.

Blazar, D., i Kraft, M. A. (2017). Teacher and teaching effects on students' attitudes and behaviors [Els efectes dels docents i de l'ensenyament sobre les actituds i els comportaments de l'alumnat]. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 39*(1), 146–170.

Bleiberg, J., Brunner, E., Harbatkin, E., Kraft, M. A., i Springer, M. G. (2025). Taking teacher evaluation to scale: The effects of state reforms on student achievement and attainment [L'avaluació docent a gran escala: els efectes de les reformes estatals sobre el rendiment i el nivell educatiu assolit per l'alumnat]. *Journal of Political Economy Microeconomics, 3*(3), 568–610.

Bloom, N., Lemos, R., Sadun, R., i Van Reenen, J. (2015). Does management matter in schools? [Importa la gestió a les escoles?] *The Economic Journal, 125*(584), 647–674.

Boyd, D. J., Grossman, P. L., Lankford, H., Loeb, S., i Wyckoff, J. (2009). Teacher preparation and student achievement [La preparació dels docents i el rendiment de l'alumnat]. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 31*(4), 416–440.

Bray, M. (2022). Shadow education in Asia and the Pacific: Features and implications of private supplementary tutoring [L'educació a l'ombra a l'Àsia i el Pacífic: característiques i implicacions de les classes particulars complementàries]. A W. O. Lee, P. Brown, A. L. Goodwin i A. Green (eds.), *International handbook on education development in Asia-Pacific* [Manual internacional sobre el desenvolupament educatiu a l'Àsia i el Pacífic]. Springer.

Brod, G. (2021). Toward an understanding of when prior knowledge helps or hinders learning [Cap a una comprensió de quan els coneixements previs afavoreixen o dificulten l'aprenentatge]. *npj Science of Learning, 6*, 24.

Bronfenbrenner, U. (1979). The ecology of human development: Experiments by nature and design [L'ecologia del desenvolupament humà: experiments naturals i dissenyats]. Harvard University Press.

Bronfenbrenner, U., i Morris, P. A. (2006). The bioecological model of human development [El model bioecològic del desenvolupament humà]. A R. M. Lerner i W. Damon (eds.), *Handbook of child psychology: Vol. 1. Theoretical models of human development* [Manual de psicologia infantil: vol. 1. Models teòrics del desenvolupament humà] (6a ed., pp. 793–828). Wiley.

Burke, M. A., i Sass, T. R. (2013). Classroom peer effects and student achievement [Els efectes dels companys d'aula i el rendiment de l'alumnat]. *Journal of Labor Economics, 31*(1), 51–82.

Butterworth, B., Varma, S., i Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education [Discalcúlia: del cervell a l'educació]. *Science, 332*(6033), 1049–1053.

Carey, E., Hill, F., Devine, A., i Szűcs, D. (2016). The chicken or the egg? The direction of the relationship between mathematics anxiety and mathematics performance [La gallina o l'ou? La direcció de la relació entre l'ansietat matemàtica i el rendiment en matemàtiques]. *Frontiers in Psychology, 6*, 1987.

Carrell, S. E., Hoekstra, M., i Kuka, E. (2018). The long-run effects of disruptive peers [Els efectes a llarg termini dels companys disruptius]. *American Economic Review, 108*(11), 3377–3415.

Century, J., i Cassata, A. (2016). Implementation research: Finding common ground on what, how, why, where, and who [La recerca sobre implementació: trobar punts en comú sobre què, com, per què, on i qui]. *Review of Research in Education, 40*(1), 169–215.

Chetty, R., Friedman, J. N., i Rockoff, J. E. (2014a). Measuring the impacts of teachers I: Evaluating bias in teacher value-added estimates [Mesurar els impactes dels docents I: avaluar el biaix en les estimacions del valor afegit docent]. *American Economic Review, 104*(9), 2593–2632.

Chetty, R., Friedman, J. N., i Rockoff, J. E. (2014b). Measuring the impacts of teachers II: Teacher value-added and student outcomes in adulthood [Mesurar els impactes dels docents II: el valor afegit docent i els resultats de l'alumnat en l'edat adulta]. *American Economic Review, 104*(9), 2633–2679.

Chetty, R., i Hendren, N. (2018). The impacts of neighborhoods on intergenerational mobility I: Childhood exposure effects [Els impactes dels barris sobre la mobilitat intergeneracional I: els efectes de l'exposició durant la infància]. *The Quarterly Journal of Economics, 133*(3), 1107–1162.

Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné [La transposició didàctica: del saber savi al saber ensenyat]. La Pensée Sauvage.

City, E. A., Elmore, R. F., Fiarman, S. E., i Teitel, L. (2009). *Instructional rounds in education: A network approach to improving teaching and learning* [Rondes d'observació pedagògica en educació: un enfocament en xarxa per millorar l'ensenyament i l'aprenentatge]. Harvard Education Press.

Clements, D. H., Sarama, J., Spitler, M. E., Lange, A. A., i Wolfe, C. B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories [Les matemàtiques que aprenen els infants petits en una intervenció basada en trajectòries d'aprenentatge]. *Journal for Research in Mathematics Education, 42*(2), 127–166.

Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., i Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research [Recursos, ensenyament i recerca]. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 25*(2), 119–142.

Coleman, J. S., Campbell, E. Q., Hobson, C. J., McPartland, J., Mood, A. M., Weinfeld, F. D., i York, R. L. (1966). *Equality of educational opportunity* [Igualtat d'oportunitats educatives]. U.S. Department of Health, Education, and Welfare.

Cortes, K. E., Goodman, J. S., i Nomi, T. (2015). Intensive math instruction and educational attainment: Long-run impacts of double-dose algebra [Ensenyament intensiu de matemàtiques i nivell educatiu assolit: impactes a llarg termini d'una doble dosi d'àlgebra]. *Journal of Human Resources, 50*(1), 108–158.

Cunha, F., i Heckman, J. (2007). The technology of skill formation [La tecnologia de la formació d'habilitats]. *American Economic Review, 97*(2), 31–47.

Daucourt, M. C., Napoli, A. R., Quinn, J. M., Wood, S. G., i Hart, S. A. (2021). The home math environment and math achievement: A meta-analysis [L'entorn matemàtic de la llar i el rendiment en matemàtiques: una metaanàlisi]. *Psychological Bulletin, 147*(6), 565–596.

Dee, T. S., i Jacob, B. (2011). The impact of No Child Left Behind on student achievement [L'impacte de No Child Left Behind sobre el rendiment de l'alumnat]. *Journal of Policy Analysis and Management, 30*(3), 418–446.

Dee, T. S., i Wyckoff, J. (2015). Incentives, selection, and teacher performance: Evidence from IMPACT [Incentius, selecció i rendiment docent: evidència d'IMPACT]. *Journal of Policy Analysis and Management, 34*(2), 267–297.

De Philippis, M., i Rossi, F. (2021). Parents, schools and human capital differences across countries [Pares, escoles i diferències de capital humà entre països]. *Journal of the European Economic Association, 19*(2), 1364–1406.

Devine, A., Hill, F., Carey, E., i Szűcs, D. (2018). Cognitive and emotional math problems largely dissociate: Prevalence of developmental dyscalculia and mathematics anxiety [Els problemes matemàtics cognitius i emocionals se separen en gran mesura: prevalença de la discalcúlia del desenvolupament i de l'ansietat matemàtica]. *Journal of Educational Psychology, 110*(3), 431–444.

Di Liberto, A., Giua, L., Schivardi, F., Sideri, M., i Sulis, G. (2026). Managerial practices and student performance: Evidence from changes in school principals [Pràctiques de gestió i rendiment de l'alumnat: evidència dels canvis de directors escolars]. *Journal of Human Capital*. Publicació anticipada en línia. https://doi.org/10.1086/742922

Di Martino, P., i Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions [L'actitud envers les matemàtiques: un pont entre creences i emocions]. *ZDM Mathematics Education, 43*(4), 471–482.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., i Japel, C. (2007). School readiness and later achievement [La preparació per a l'escola i el rendiment posterior]. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428–1446.

Durlak, J. A., i DuPre, E. P. (2008). Implementation matters: A review of research on the influence of implementation on program outcomes and the factors affecting implementation [La implementació importa: una revisió de la recerca sobre la influència de la implementació en els resultats dels programes i els factors que l'afecten]. *American Journal of Community Psychology, 41*(3–4), 327–350.

Eccles, J. S., i Wigfield, A. (2024). The development, testing, and refinement of Eccles, Wigfield, and colleagues' situated expectancy-value model of achievement performance and choice [El desenvolupament, la comprovació i el refinament del model situat d'expectativa-valor d'Eccles, Wigfield i col·laboradors sobre rendiment i elecció]. *Educational Psychology Review, 36*, 51.

Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., i Beilock, S. L. (2017). The math anxiety–performance link: A global phenomenon [El vincle entre l'ansietat matemàtica i el rendiment: un fenomen global]. *Current Directions in Psychological Science, 26*(1), 52–58.

Fryer, R. G. (2014). Injecting charter school best practices into traditional public schools: Evidence from field experiments [Introduir les millors pràctiques de les escoles charter a les escoles públiques tradicionals: evidència d'experiments de camp]. *The Quarterly Journal of Economics, 129*(3), 1355–1407.

Garet, M. S., Heppen, J. B., Walters, K., Parkinson, J., Smith, T. M., Song, M., Garrett, R., Yang, R., i Borman, G. D. (2016). *Focusing on mathematical knowledge: The impact of content-intensive teacher professional development* [Centrar-se en el coneixement matemàtic: l'impacte d'un desenvolupament professional docent intensiu en continguts] *(NCEE 2016-4010)*. U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences.

Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study [Predictors cognitius del creixement del rendiment en matemàtiques: un estudi longitudinal de 5 anys]. *Developmental Psychology, 47*(6), 1539–1552.

Gertler, P., Heckman, J., Pinto, R., Zanolini, A., Vermeersch, C., Walker, S., Chang, S. M., i Grantham-McGregor, S. (2014). Labor market returns to an early childhood stimulation intervention in Jamaica [Els retorns al mercat laboral d'una intervenció d'estimulació en la primera infància a Jamaica]. *Science, 344*(6187), 998–1001.

Gneezy, U., List, J. A., Livingston, J. A., Qin, X., Sadoff, S., i Xu, Y. (2019). Measuring success in education: The role of effort on the test itself [Mesurar l'èxit en educació: el paper de l'esforç en la prova mateixa]. *American Economic Review: Insights, 1*(3), 291–308.

Goddard, R. D., Hoy, W. K., i Woolfolk Hoy, A. (2000). Collective teacher efficacy: Its meaning, measure, and impact on student achievement [L'eficàcia col·lectiva docent: significat, mesura i impacte sobre el rendiment de l'alumnat]. *American Educational Research Journal, 37*(2), 479–507.

Grissom, J. A., Egalite, A. J., i Lindsay, C. A. (2021). How principals affect students and schools: A systematic synthesis of two decades of research [Com afecten els directors l'alumnat i les escoles: una síntesi sistemàtica de dues dècades de recerca]. The Wallace Foundation.

Grissom, J. A., i Bartanen, B. (2019). Strategic retention: Principal effectiveness and teacher turnover in multiple-measure teacher evaluation systems [Retenció estratègica: eficàcia dels directors i rotació docent en sistemes d'avaluació docent amb múltiples mesures]. *American Educational Research Journal, 56*(2), 514–555.

Hanushek, E. A. (2003). The failure of input-based schooling policies [El fracàs de les polítiques escolars basades en els recursos]. *The Economic Journal, 113*(485), F64–F98.

Hanushek, E. A., Kinne, L., Lergetporer, P., i Woessmann, L. (2022). Patience, risk-taking, and human capital investment across countries [Paciència, assumpció de riscos i inversió en capital humà entre països]. *The Economic Journal, 132*(646), 2290–2307.

Hanushek, E. A., Link, S., i Woessmann, L. (2013). Does school autonomy make sense everywhere? Panel estimates from PISA [Té sentit l'autonomia escolar a tot arreu? Estimacions amb dades de panell de PISA]. *Journal of Development Economics, 104*, 212–232.

Hanushek, E. A., i Rivkin, S. G. (2012). The distribution of teacher quality and implications for policy [La distribució de la qualitat docent i les implicacions per a les polítiques]. *Annual Review of Economics, 4*, 131–157.

Hanushek, E. A., i Woessmann, L. (2012). Do better schools lead to more growth? Cognitive skills, economic outcomes, and causation [Les escoles millors generen més creixement? Habilitats cognitives, resultats econòmics i causalitat]. *Journal of Economic Growth, 17*(4), 267–321.

Harackiewicz, J. M., Rozek, C. S., Hulleman, C. S., i Hyde, J. S. (2012). Helping parents to motivate adolescents in mathematics and science: An experimental test of a utility-value intervention [Ajudar els pares a motivar els adolescents en matemàtiques i ciències: una prova experimental d'una intervenció sobre el valor d'utilitat]. *Psychological Science, 23*(8), 899–906.

Holmlund, H., Lindahl, M., i Plug, E. (2011). The causal effect of parents' schooling on children's schooling: A comparison of estimation methods [L'efecte causal de l'escolarització dels pares sobre la dels fills: una comparació de mètodes d'estimació]. *Journal of Economic Literature, 49*(3), 615–651.

Houssaye, J. (1988). Le triangle pédagogique: Théorie et pratiques de l'éducation scolaire [El triangle pedagògic: teoria i pràctiques de l'educació escolar]. Peter Lang.

Hsin, A., i Xie, Y. (2014). Explaining Asian Americans' academic advantage over whites [Explicar l'avantatge acadèmic dels estatunidencs d'origen asiàtic respecte dels blancs]. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 111*(23), 8416–8421.

Innovamat. (2024). *Libro blanco del aprendizaje de las matemáticas* [Llibre blanc de l'aprenentatge de les matemàtiques]. Innovamat Education. https://www.innovamat.com/wp-content/uploads/2024/07/Libro-blanco-Innovamat.pdf

Jackson, C. K. (2018). What do test scores miss? The importance of teacher effects on non–test score outcomes [Què no recullen les puntuacions de les proves? La importància dels efectes dels docents sobre resultats que no es mesuren amb aquestes puntuacions]. *Journal of Political Economy, 126*(5), 2072–2107.

Jackson, C. K., Johnson, R. C., i Persico, C. (2016). The effects of school spending on educational and economic outcomes: Evidence from school finance reforms [Els efectes de la despesa escolar sobre els resultats educatius i econòmics: evidència de les reformes del finançament escolar]. *The Quarterly Journal of Economics, 131*(1), 157–218.

Jackson, C. K., i Bruegmann, E. (2009). Teaching students and teaching each other: The importance of peer learning for teachers [Ensenyar l'alumnat i ensenyar-se mútuament: la importància de l'aprenentatge entre iguals per als docents]. *American Economic Journal: Applied Economics, 1*(4), 85–108.

Jacob, B. A., i Lefgren, L. (2009). The effect of grade retention on high school completion [L'efecte de la repetició de curs sobre la finalització de l'educació secundària superior]. *American Economic Journal: Applied Economics, 1*(3), 33–58.

Jitendra, A. K., Alghamdi, A., Edmunds, R., McKevett, N. M., Mouanoutoua, J., i Roesslein, R. (2021). The effects of Tier 2 mathematics interventions for students with mathematics difficulties: A meta-analysis [Els efectes de les intervencions de matemàtiques de nivell 2 per a alumnes amb dificultats matemàtiques: una metaanàlisi]. *Exceptional Children, 87*(3), 307–325.

Kane, T. J., Rockoff, J. E., i Staiger, D. O. (2008). What does certification tell us about teacher effectiveness? Evidence from New York City [Què ens diu la certificació sobre l'eficàcia docent? Evidència de la ciutat de Nova York]. *Economics of Education Review, 27*(6), 615–631.

Kim, J. S., Burkhauser, M. A., Quinn, D. M., Guryan, J., Kingston, H. C., i Aleman, K. (2017). Effectiveness of structured teacher adaptations to an evidence-based summer literacy program [Eficàcia de les adaptacions docents estructurades d'un programa d'alfabetització d'estiu basat en l'evidència]. *Reading Research Quarterly, 52*(4), 443–467.

Kim, S., Tertilt, M., i Yum, M. (2024). Status externalities in education and low birth rates in Korea [Externalitats d'estatus en educació i baixes taxes de natalitat a Corea]. *American Economic Review, 114*(6), 1576–1611.

Koretz, D. (2017). The testing charade: Pretending to make schools better [La farsa de les proves: fer veure que es milloren les escoles]. University of Chicago Press.

Kraft, M. A., Blazar, D., i Hogan, D. (2018). The effect of teacher coaching on instruction and achievement: A meta-analysis of the causal evidence [L'efecte de l'acompanyament docent sobre l'ensenyament i el rendiment: una metaanàlisi de l'evidència causal]. *Review of Educational Research, 88*(4), 547–588.

Kraft, M. A., Brunner, E. J., Dougherty, S. M., i Schwegman, D. J. (2020). Teacher accountability reforms and the supply and quality of new teachers [Les reformes de rendició de comptes del professorat i l'oferta i la qualitat dels nous docents]. *Journal of Public Economics, 188*, 104212.

Kraft, M. A., i Blazar, D. (2018). Taking teacher coaching to scale: Can personalized training become standard practice? [L'acompanyament docent a gran escala: pot la formació personalitzada esdevenir una pràctica habitual?] *Education Next, 18*(4), 68–74.

Lafortune, J., Rothstein, J., i Schanzenbach, D. W. (2018). School finance reform and the distribution of student achievement [La reforma del finançament escolar i la distribució del rendiment de l'alumnat]. *American Economic Journal: Applied Economics, 10*(2), 1–26.

Lemos, R., Muralidharan, K., i Scur, D. (2024). Personnel management and school productivity: Evidence from India [La gestió del personal i la productivitat escolar: evidència de l'Índia]. *The Economic Journal, 134*(661), 2071–2100.

Liebowitz, D. D., i Porter, L. (2019). The effect of principal behaviors on student, teacher, and school outcomes: A systematic review and meta-analysis of the empirical literature [L'efecte dels comportaments dels directors sobre els resultats de l'alumnat, els docents i les escoles: una revisió sistemàtica i una metaanàlisi de la literatura empírica]. *Review of Educational Research, 89*(5), 785–827.

Lynch, K., Hill, H. C., Gonzalez, K. E., i Pollard, C. (2019). Strengthening the research base that informs STEM instructional improvement efforts: A meta-analysis [Enfortir la base de recerca que orienta els esforços de millora de l'ensenyament STEM: una metaanàlisi]. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 41*(3), 260–293.

Maloney, E. A., Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., i Beilock, S. L. (2015). Intergenerational effects of parents' math anxiety on children's math achievement and anxiety [Els efectes intergeneracionals de l'ansietat matemàtica dels pares sobre el rendiment i l'ansietat matemàtics dels fills]. *Psychological Science, 26*(9), 1480–1488.

Maluccio, J. A., Hoddinott, J., Behrman, J. R., Martorell, R., Quisumbing, A. R., i Stein, A. D. (2009). The impact of improving nutrition during early childhood on education among Guatemalan adults [L'impacte de millorar la nutrició durant la primera infància sobre l'educació dels adults guatemalencs]. *The Economic Journal, 119*(537), 734–763.

Meyers, D. C., Durlak, J. A., i Wandersman, A. (2012). The quality implementation framework: A synthesis of critical steps in the implementation process [El marc d'implementació de qualitat: una síntesi dels passos crítics del procés d'implementació]. *American Journal of Community Psychology, 50*(3–4), 462–480.

Nagler, M., Piopiunik, M., i West, M. R. (2020). Weak markets, strong teachers: Recession at career start and teacher effectiveness [Mercats febles, docents forts: recessió a l'inici de la carrera i eficàcia docent]. *Journal of Labor Economics, 38*(2), 453–500.

OECD. (2018). Effective teacher policies: Insights from PISA [Polítiques docents eficaces: aportacions de PISA]. OECD Publishing.

OECD. (2023). PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education [Resultats de PISA 2022 (volum I): l'estat de l'aprenentatge i l'equitat en educació]. OECD Publishing.

OECD. (2026). Results from the Teacher Knowledge Survey: What teachers know about general pedagogy [Resultats de l'Enquesta sobre els coneixements dels docents: què saben els docents sobre pedagogia general]. TALIS. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/5542e88a-en

Papay, J. P., Taylor, E. S., Tyler, J. H., i Laski, M. (2020). Learning job skills from colleagues at work: Evidence from a field experiment using teacher performance data [Aprendre habilitats professionals dels col·legues a la feina: evidència d'un experiment de camp amb dades de rendiment docent]. *American Economic Journal: Economic Policy, 12*(1), 359–388.

Papay, J. P., i Kraft, M. A. (2015). Productivity returns to experience in the teacher labor market: Methodological challenges and new evidence on long-term career improvement [Els retorns de l'experiència en termes de productivitat en el mercat laboral docent: reptes metodològics i nova evidència sobre la millora de la carrera a llarg termini]. *Journal of Public Economics, 130*, 105–119.

Pinquart, M., i Ebeling, M. (2020). Parental educational expectations and academic achievement in children and adolescents: A meta-analysis [Les expectatives educatives dels pares i el rendiment acadèmic d'infants i adolescents: una metaanàlisi]. *Educational Psychology Review, 32*(2), 463–480.

Rivkin, S. G., Hanushek, E. A., i Kain, J. F. (2005). Teachers, schools, and academic achievement [Docents, escoles i rendiment acadèmic]. *Econometrica, 73*(2), 417–458.

Robinson, V. M. J., Lloyd, C. A., i Rowe, K. J. (2008). The impact of leadership on student outcomes: An analysis of the differential effects of leadership types [L'impacte del lideratge sobre els resultats de l'alumnat: una anàlisi dels efectes diferencials dels tipus de lideratge]. *Educational Administration Quarterly, 44*(5), 635–674.

Rockoff, J. E. (2004). The impact of individual teachers on student achievement: Evidence from panel data [L'impacte dels docents individuals sobre el rendiment de l'alumnat: evidència de dades de panell]. *American Economic Review, 94*(2), 247–252.

Ronfeldt, M., Farmer, S. O., McQueen, K., i Grissom, J. A. (2015). Teacher collaboration in instructional teams and student achievement [La col·laboració docent en equips pedagògics i el rendiment de l'alumnat]. *American Educational Research Journal, 52*(3), 475–514.

Rozek, C. S., Svoboda, R. C., Harackiewicz, J. M., Hulleman, C. S., i Hyde, J. S. (2017). Utility-value intervention with parents increases students' STEM preparation and career pursuit [Una intervenció sobre el valor d'utilitat amb pares augmenta la preparació STEM de l'alumnat i la seva orientació cap a carreres en aquest àmbit]. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 114*(5), 909–914.

Ruiz-Valenzuela, J. (2020). Job loss at home: Children's school performance during the Great Recession [Pèrdua de feina a la llar: el rendiment escolar dels infants durant la Gran Recessió]. *SERIEs, 11*(3), 243–286.

Ruiz, C., Kohnen, S., von Hagen, A., Kwok, F. Y., i Bull, R. (2024). Which domain-specific skills at the beginning of formal schooling predict later mathematical achievement? A systematic review and meta-analysis [Quines habilitats específiques de domini a l'inici de l'escolarització formal prediuen el rendiment matemàtic posterior? Una revisió sistemàtica i una metaanàlisi]. *Educational Research Review, 42*, 100583.

Schneider, M., i Simonsmeier, B. A. (2025). How does prior knowledge affect learning? A review of 16 mechanisms and a framework for future research [Com afecten els coneixements previs l'aprenentatge? Una revisió de 16 mecanismes i un marc per a la recerca futura]. *Learning and Individual Differences, 122*, 102744.

Silinskas, G., i Kikas, E. (2019). Parental involvement in math homework: Links to children's performance and motivation [La implicació dels pares en els deures de matemàtiques: vincles amb el rendiment i la motivació dels fills]. *Scandinavian Journal of Educational Research, 63*(1), 17–37.

Simonsmeier, B. A., Flaig, M., Deiglmayr, A., Schalk, L., i Schneider, M. (2022). Domain-specific prior knowledge and learning: A meta-analysis [Coneixements previs específics de domini i aprenentatge: una metaanàlisi]. *Educational Psychologist, 57*(1), 31–54.

Sisk, V. F., Burgoyne, A. P., Sun, J., Butler, J. L., i Macnamara, B. N. (2018). To what extent and under which circumstances are growth mind-sets important to academic achievement? Two meta-analyses [Fins a quin punt i en quines circumstàncies són importants les mentalitats de creixement per al rendiment acadèmic? Dues metaanàlisis]. *Psychological Science, 29*(4), 549–571.

Song, M., Garet, M. S., Yang, R., i Atchison, D. (2022). Did states' adoption of more rigorous standards lead to improved student achievement? [L'adopció d'estàndards més rigorosos per part dels estats va millorar el rendiment de l'alumnat?] *American Educational Research Journal, 59*(3), 610–647.

Tan, C. Y., Dimmock, C., i Walker, A. (2024). How school leadership practices relate to student outcomes: Insights from a three-level meta-analysis [Com es relacionen les pràctiques de lideratge escolar amb els resultats de l'alumnat: aportacions d'una metaanàlisi de tres nivells]. *Educational Management Administration & Leadership, 52*(1), 6–27.

Vilalta-Riera, A., Deulofeu-Piquet, J., i Morera Úbeda, L. (2024). Enriching math teaching guides from a competency-based perspective [Enriquir les guies didàctiques de matemàtiques des d'una perspectiva competencial]. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20*(7), em2477. https://doi.org/10.29333/ejmste/14761

Wang, X., i Wei, Y. (2024). The influence of parental involvement on students' math performance: A meta-analysis [La influència de la implicació dels pares sobre el rendiment en matemàtiques de l'alumnat: una metaanàlisi]. *Frontiers in Psychology, 15*, 1463359.

Yeager, D. S., Hanselman, P., Walton, G. M., Murray, J. S., Crosnoe, R., Muller, C., Tipton, E., Schneider, B., Hulleman, C. S., Hinojosa, C. P., Paunesku, D., Romero, C., Flint, K., Roberts, A., Trott, J., Iachan, R., Buontempo, J., Yang, S. M., Carvalho, C. M., … Dweck, C. S. (2019). A national experiment reveals where a growth mindset improves achievement [Un experiment nacional revela on una mentalitat de creixement millora el rendiment]. *Nature, 573*(7774), 364–369.

York, B. N., Loeb, S., i Doss, C. (2019). One step at a time: The effects of an early literacy text-messaging program for parents of preschoolers [Un pas cada vegada: els efectes d'un programa de missatges de text sobre alfabetització primerenca per a pares d'infants en edat preescolar]. *Journal of Human Resources, 54*(3), 537–566.

Zamarro, G., Hitt, C., i Mendez, I. (2019). When students don't care: Reexamining international differences in achievement and student effort [Quan als alumnes no els importa: reexaminar les diferències internacionals en el rendiment i l'esforç de l'alumnat]. *Journal of Human Capital, 13*(4), 519–552.

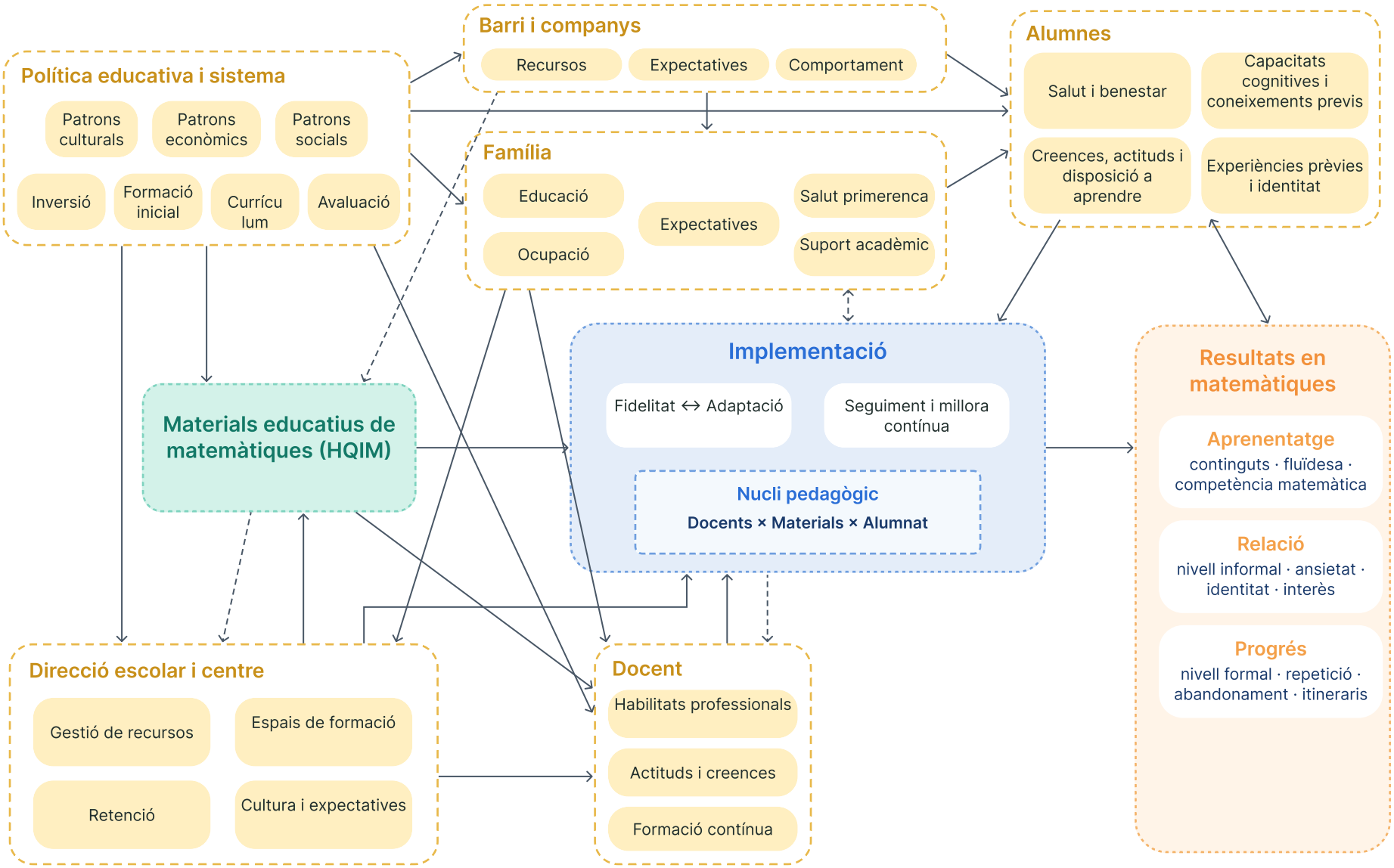


Figura A1. Representació alternativa de la Figura 1 que mostra les múltiples interaccions potencials entre factors. Les línies contínues indiquen efectes més directes i les discontínues, efectes més indirectes. Aquestes relacions es poden donar en diferents nivells. Per exemple, la direcció escolar i el centre influeixen en els materials educatius en seleccionar la proposta educativa que s'implementa. Al seu torn, els materials educatius poden influir tant en les pràctiques d'aula dels docents com en el seu desenvolupament professional. Les fletxes no recullen de manera exhaustiva totes les interaccions possibles i representen tant efectes causals avalats per evidència empírica, com el del lideratge sobre els docents, com influències teòricament plausibles, com les del barri i els companys sobre la família. S'han prioritzat deliberadament algunes relacions causals per destacar els efectes més rellevants. Per exemple, la relació lideratge → docent es representa de manera unidireccional per remarcar la influència del lideratge sobre els docents, tot i que aquests també poden influir en el lideratge.

Finançament i declaració d'interessos. *Aquesta publicació ha estat finançada per Innovamat Education i forma part d'una sèrie de divulgació científica sobre educació promoguda per l'entitat. Les afiliacions i el finançament es fan explícits com a part del compromís de transparència de la publicació. El contingut i les conclusions són responsabilitat dels autors.*

Agraïments. *Volem agrair a Carles Aulés, Ángela Pérez i Albert Vilalta la revisió d'aquest informe i la seva contribució a millorar-ne la qualitat. També volem agrair la feina de maquetació de Marta Soler i el suport de Paula de la Torre en l'elaboració dels gràfics.*