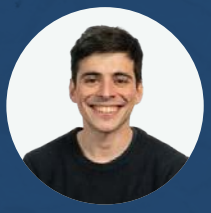
Innovamat

¿Explicar o descubrir? Más allá del debate sobre los tipos de instrucción

Un siglo de controversia sobre la enseñanza de las matemáticas: los dilemas subyacentes y un marco para orientar la práctica en el aula.



Marc Caelles
Referente educativo de Innovamat en España

Innovamat Research Series

Resumen

Pocas discusiones educativas duran tanto ni se encienden tan rápido como la que enfrenta a quienes creen que el docente de matemáticas debe explicar con claridad y a quienes creen que los alumnos deben descubrir por sí mismos. Este informe recorre esa disputa, conocida en Estados Unidos como las *Math Wars*, para responder a una pregunta más útil que la de quién tiene razón: qué se le puede pedir a quien enseña matemáticas y con qué criterio. Se organiza en tres ideas principales:

- **El desacuerdo de fondo no es metodológico, sino de propósito pedagógico.** La verdadera controversia emerge al confrontar los diversos objetivos asignados a la enseñanza de las matemáticas. Lo que realmente determina el rol del docente en el aula es la visión que él mismo posee sobre las matemáticas y la educación. Esta perspectiva ayuda a comprender la trayectoria histórica: las corrientes pedagógicas se sucedieron sin fundamentación empírica previa y en un clima de rivalidad entre sectores con escaso diálogo. De hecho, un panel nacional revisó en 2008 más de 16.000 trabajos y concluyó que no existen evidencias concluyentes a favor de una única propuesta pedagógica universal.

- **Las dicotomías del debate dependen de componentes, orden y dosis, no de exclusión.** «¿Indagación o instrucción explícita?» no tiene respuesta general, pues ambas posturas aportan evidencia y la guía necesaria varía según el contenido, el alumno y el momento. Del mismo modo, concepto y procedimiento se apoyan mutuamente; las estrategias múltiples y el algoritmo estándar piden una secuencia, no una elección; los hechos numéricos se aprenden mejor con estrategias que les den sentido; y el problema y el ejemplo resuelto persiguen objetivos que se complementan.

- **Lo que más decide el aprendizaje es lo que no se consigue llevar al aula.** Hay una gran brecha entre las recomendaciones metodológicas y su práctica real: los enfoques promovidos por ambos bandos se ejecutan mal, mientras triunfan métodos sin respaldo. Factores como el tiempo lectivo de calidad, un buen programa curricular acompañado de formación y la convicción en el potencial de aprendizaje de todo el alumnado pesan más que las etiquetas. Además, aún falta investigación rigurosa que compare objetivamente lo que el debate da por sentado.

0 | Introducción

Al preparar una clase de matemáticas, todo docente se enfrenta tarde o temprano a una decisión que parece menor: ¿explico cómo se resuelve o planteo el problema y dejo que los alumnos busquen el camino?

La pregunta no es nueva, ni es solo técnica. En Estados Unidos, donde la disputa se conoce como las Math Wars, ha atravesado más de un siglo y dos grandes reformas, cada una con su reacción. En 2008, un panel nacional revisó más de 16.000 publicaciones, solo encontró ocho estudios con calidad suficiente para comparar directamente la enseñanza liderada por el docente con la centrada en el alumno y concluyó que no se podía hacer ninguna generalización firme.

Que no haya un ganador no significa que todo valga, sino que la pregunta está mal planteada. Debajo de la discusión sobre el método hay otra, menos visible, sobre para qué sirven las matemáticas escolares y qué significa aprenderlas. Asimismo, la contienda parece no tener fin porque cada corriente se presenta a sí misma desde sus mayores virtudes mientras caricaturiza a la rival desde sus formas más deficientes: la indagación queda reducida a un abandono del estudiante a su suerte, y la instrucción explícita se asimila a una clase puramente transmisiva complementada con ejercicios repetitivos.

Cuando se leen los textos de cada tradición, las diferencias se estrechan: la indagación bien hecha está muy guiada, y la instrucción explícita incorpora elementos que muchos docentes reformistas reconocerían como propios. La pregunta útil deja de ser quién tiene razón y pasa a ser qué componentes elegir de acuerdo a lo que necesita cada alumno, en cada momento, según qué se enseña y con qué meta. Y hay algo previo que el debate suele olvidar: ejecutar bien lo que se elige.

A lo largo de este capítulo veremos de dónde nace el desacuerdo, cómo ha evolucionado desde 1890, qué sostienen la instrucción explícita y la indagación en su mejor versión, qué dice la evidencia sobre otros debates más concretos, qué pasa realmente en las aulas mientras tanto y cuáles son las responsabilidades que debemos asumir para transformar y mejorar la educación matemática.

Al final de este capítulo

serás capaz de explicar por qué un siglo de reformas no ha cerrado la disputa entre los métodos de enseñanza de las matemáticas; qué sostiene la evidencia sobre los debates que se derivan de las *Math Wars*; y por qué el debate se vuelve estéril cuando aterriza en las aulas. Además, entenderás los factores que deberíamos exigir todos más allá de las disputas concretas: que los alumnos pasen tiempo haciendo matemáticas de calidad, que haya un buen material curricular y llegue con formación, que se espere que todos pueden aprender y que se siga investigando lo que aún desconocemos.

1 | ¿Qué se espera de un docente de matemáticas?

Todos tenemos una opinión sobre cómo debería ser una clase de matemáticas, y pocas cosas pesan tanto en ella como los años que pasamos sentados en un pupitre: unos creen que el docente debe explicar con claridad, otros que los alumnos deben descubrir por sí mismos; unos que hay que memorizar paso a paso el algoritmo de la división, otros que hay que entender por qué funciona.

En Occidente, estas discrepancias han estructurado el debate público acerca de la educación matemática durante más de cien años. La discusión ha dividido a la comunidad en dos posturas enfrentadas que se acusan mutuamente de arruinar generaciones de estudiantes, en una contienda conocida en Estados Unidos como las *Math Wars*.

En la raíz de este choque subyace una pregunta esencial: cuál es el propósito de la educación matemática.

Qué se espera del docente depende de para qué enseñamos

Un alumno de catorce años levanta la mano en mitad de una clase de matemáticas y pregunta: «¿esto para qué sirve?».

La respuesta que casi todos los docentes tenemos preparada es la de la utilidad. «Te servirá para calcular un descuento, para entender un gráfico en los medios, para leer una hipoteca, para la carrera que quieras hacer después, etc.». Y aunque sea una respuesta honesta y válida, seguramente no es la mejor respuesta que tenemos.

Muchas veces la pregunta la provoca el propio orden de la clase: presentamos la respuesta antes de que exista la pregunta. Hans Freudenthal llamó a esto «inversión antididáctica»: enseñar el resultado acabado de la actividad matemática en lugar de la actividad que lo produjo (1973, citado en Gravemeijer y Doorman, 1999, p. 116). Quien recibe una regla sin haber tenido nunca el problema que resuelve tiene todo el derecho a preguntar para qué sirve.

Sin embargo, la pregunta del alumno puede ir más allá de cómo se le presentó ese contenido. Trata sobre la disciplina entera, y admite al menos tres enfoques distintos, cada una con una tradición detrás.

El *National Committee on Mathematical Requirements*, creado en 1916 por la *Mathematical Association of America* —y conformado por matemáticos y docentes y administradores de secundaria— para reorganizar el currículo de matemáticas de la secundaria estadounidense, fijó buena parte del vocabulario con el que todavía discutimos: «Ha sido costumbre distinguir tres clases de fines: (1) práctico o utilitario, (2) disciplinario, (3) cultural; y tal clasificación es, en efecto, cómoda.» (1923, p. 6)

El fin **práctico** se centra en la enseñanza de conocimientos aplicables: «la utilidad inmediata o directa en la vida de un hecho, un método o un procedimiento matemático» (p. 6). En este enfoque se apoyan quienes priorizan el dominio procedimental y explicaciones claras por parte del docente, abarcando también «la capacidad de comprender e interpretar correctamente representaciones gráficas de diversas clases, como las que hoy abundan en las discusiones populares de los problemas científicos, sociales, industriales y políticos de actualidad» (p. 7).

El fin **disciplinario** radica en enseñar a pensar. Desde esta óptica, la educación matemática debe potenciar el desarrollo de ideas y conceptos orientados al pensamiento cuantitativo, así como la formulación e indagación de leyes generales. Ello implica cultivar cualidades clave como «una actitud de indagación; un deseo de comprender, de llegar al fondo de una situación; [...] un disgusto por la vaguedad y lo incompleto» (p. 9), principios estrechamente ligados a las corrientes actuales del aprendizaje basado en la indagación y la resolución de problemas. Asimismo, esta perspectiva otorga un rol central al pensamiento funcional, concebido como la capacidad de «pensar en términos de relaciones y sobre relaciones» (p. 9).

El fin **cultural** promueve la apreciación de las matemáticas: desde su belleza hasta «el papel que la matemática y el pensamiento abstracto han desempeñado en el desarrollo de la civilización» (p. 10).

El propio comité avisó de que las tres clases «no son mutuamente excluyentes» (p. 6). Las *Math Wars* se libraron ignorando ese aviso: contrapusieron el fin práctico y el disciplinario como si hubiera que elegir.

Hay un cuarto enfoque: el papel social de la educación

David Labaree, historiador de educación, sostiene que los conflictos educativos estadounidenses nacen de tres metas que compiten entre sí. La **igualdad democrática**: «las escuelas deben centrarse en preparar ciudadanos»; la **eficiencia social**: «deben centrarse en formar trabajadores», y la **movilidad social**: «deben preparar a los individuos para competir por posiciones sociales» (1997, p. 39).

Labaree explica que la sociedad estadounidense ha convertido la escuela en «un bien privado al servicio de la búsqueda de ventaja personal» (1997, p. 43) y ha «elevado la persecución de credenciales por encima de la adquisición de conocimiento» (1997, p. 39).

Aplicado a las matemáticas, eso tiene consecuencias. Alan Schoenfeld, una de las voces más influyentes de la educación matemática, pone la cuestión en la base del conflicto: «quién llega a aprender matemáticas, y la naturaleza de las matemáticas que se aprenden, son asuntos que tienen consecuencias» (2004, p. 255). Si no saber matemáticas deja a una persona fuera de la vida económica y social, entonces quién aprende matemáticas, y qué matemáticas aprende, deja de ser una cuestión pedagógica y pasa a ser una cuestión política.

«Quién aprende matemáticas, y qué matemáticas aprende, deja de ser una cuestión pedagógica y pasa a ser una cuestión política.»

La idea que un docente tiene de las matemáticas moldea su rol

Aunque para qué enseñamos sostiene ideológicamente cómo se enseña, entre el propósito y el aula situamos la creencia del docente sobre qué son las matemáticas. Paul Ernest ordenó estas creencias en 1989 distinguiendo tres concepciones: la **instrumentalista** ve la matemática como «una colección útil pero inconexa de hechos, reglas y destrezas»; la **platónica**, como «un cuerpo de conocimiento estático pero unificado», un producto «que se descubre, no se crea»; y la de la **resolución de problemas**, como «un campo de indagación humana en expansión continua» cuyos resultados «siguen abiertos a revisión» (p. 21). Las presenta, avisa, «en forma simplificada»: en la práctica un docente combina elementos de más de una.

Lo que importa es el paso siguiente. A cada concepción le corresponde un reparto de roles en el aula: la instrumentalista «se asocia probablemente con un modelo transmisivo de enseñanza, y con seguir estrictamente un libro o un método»; la platónica, con el docente como el que explica y el aprendizaje como recepción de conocimiento —aunque no está reñida con que el niño construya «un cuerpo de conocimiento significativo»—; la de resolución de problemas, con el docente como facilitador y el aprendizaje como «el planteamiento y la resolución autónoma de problemas» (p. 26).

Fue en 1978 cuando Richard Skemp llevó este planteamiento a su conclusión más implacable. Su análisis surgió tras identificar dos concepciones distintas de la palabra “comprender” que coexistían en las aulas de matemáticas. La **comprensión relacional** es «saber tanto qué hacer como por qué». La **instrumental** es lo que él había descrito antes como «reglas sin razones», y añade un detalle que explica buena parte del malentendido: para muchos alumnos y muchos profesores, poseer la regla y saber aplicarla era exactamente lo que ellos entendían por comprender (p. 9).

> «Yo pensaba que los profesores de matemáticas estábamos todos enseñando la misma asignatura, unos mejor que otros. Ahora creo que hay dos asignaturas efectivamente distintas enseñándose bajo el mismo nombre, "matemáticas". Si esto es cierto, entonces esa diferencia importa más allá de cualquiera de las diferencias en los currículos que tanto se debaten.» (p. 11)

Para qué enseñamos matemáticas se discute en público, y de ahí sale lo que se le pide a quien enseña. Sin embargo, la creencia del docente de qué son las matemáticas y qué implica su enseñanza —que es una convicción íntima que rara vez se cuestiona— termina definiendo lo que realmente hace en clase. Por eso las discusiones sobre método esconden, en el fondo, discusiones sobre qué son y para qué sirven las matemáticas y la educación.

> *«La creencia del docente de qué son las matemáticas y qué implica su enseñanza termina definiendo lo que realmente hace en clase.»*

Conviven distintas maneras de entender el rol del docente

Discutidos los propósitos y creencias, queda por profundizar en cómo se visualiza el papel del docente cuando todo eso baja al aula.

Charles Munter (2014) construyó un instrumento para averiguar qué contesta la gente a esa pregunta. Entrevistó a docentes, directores, coordinadores de matemáticas y responsables de distrito, les pidió que imaginaran y describieran un aula ajena, y codificó las respuestas de más de novecientas entrevistas, obteniendo la siguiente clasificación:

Etiqueta	Discurso en el aula	Autoridad matemática	Estructura de una sesión
Otro más capaz	Interviene a propósito para hacer emerger y sostener las ideas de los alumnos, construir un contexto compartido y mantener la continuidad en el tiempo.	La responsabilidad de decidir si una idea es válida reside en la comunidad del aula.	Propone un problema y comprueba que todos entienden qué se pide; los alumnos construyen estrategias; alumnos y docente trabajan juntos para explicar las matemáticas que hay detrás del problema.
Facilitador	Favorece que hablen entre ellos, por turnos, para compartir soluciones. Evita decir demasiado por miedo a interrumpir el proceso de descubrimiento.	Se espera que los alumnos hallen la solución de forma autónoma. Si van por mal camino se les pregunta, con el fin de evitar dar la respuesta directamente.	La misma secuencia, con dos cambios: hace con la clase el primer paso o demuestra cómo se resuelven problemas parecidos, y al cierre los alumnos comparten por turnos o el docente aclara cómo «se debería haber» resuelto.
Supervisor	Promueve que los alumnos hablen entre ellos dentro del trabajo en grupo.	Es el árbitro de la corrección. Los alumnos pueden enseñar, pero solo como mediadores de su explicación; si van por mal camino, los detiene y los pone en un camino mejor.	Dos fases: adquirir y aplicar. El docente demuestra o conduce cómo se resuelve un tipo de problema y después los alumnos, trabajando juntos, usan lo demostrado en problemas parecidos, mientras él circula y ayuda.
Transmisor de conocimiento	Solo se focaliza el discurso del docente al alumno. La calidad de una explicación del docente se juzga por su claridad y su corrección matemática.	La validez de una idea la decide él, o se atribuye al libro de texto.	Clases estructuradas con eficiencia, en las que enseña directamente cómo se resuelven los problemas. Puede haber práctica, en silencio e individual, sin discusión en gran grupo.
Motivador	Se trata más de ser un animador que un profesor. Se pide energía y carisma para que los alumnos quieran aprender, sin decir nada de qué debe hacer el docente con el contenido. Por eso es el único nivel que no se puede describir con las tres columnas.		

Tabla 1. Elaboración propia a partir de Munter (2014, pp. 626–629)

Dado que sus cinco categorías se derivan de una sola corriente de investigación —la didáctica de las matemáticas—, esta tabla no pretende ofrecer una visión exhaustiva del debate general. Sin embargo, resulta especialmente valiosa para ilustrar cómo, incluso dentro de un mismo marco conceptual y bajo directrices institucionales comunes, coexisten concepciones sustancialmente distintas sobre la labor del docente.

Lo que un docente hace no siempre es lo que cree

Una advertencia a tener en cuenta es que hay «una gran disparidad entre los modelos de enseñanza y aprendizaje que un profesor declara y los que realmente lleva a cabo» (Ernest, 1989, p. 26), y apunta tres motivos: la profundidad de sus creencias, el grado en que el docente es consciente de ellas y reflexiona sobre su práctica, y el contexto del centro.

> «El efecto de socialización del contexto es tan potente que profesores de una misma escuela, pese a tener creencias distintas sobre las matemáticas y su enseñanza, se observa a menudo que adoptan prácticas de aula similares» (p. 27).

Stigler y Hiebert (1999) dieron a ese fenómeno un nombre y una explicación, después de comparar en vídeo 231 clases de matemáticas en Alemania, Japón y Estados Unidos: *la enseñanza es una actividad cultural*. Su hallazgo fue el contrario del que esperaban. «Nos asombró cuánto variaba la enseñanza entre culturas y cuán poco variaba dentro de cada cultura» (p. 11): contaban con encontrar mucha diversidad dentro de Estados Unidos, precisamente porque allí las batallas políticas hacen suponer que hay muchos caminos posibles, y esas diferencias «palidecieron» al mirar de país a país.

Ellos lo explican con el mecanismo de guiones —«conocimiento generalizado sobre un acontecimiento que reside en la cabeza de los participantes»—, que «se aprenden de forma implícita, mediante la observación y la participación, y no por estudio deliberado» (pp. 85–86). Un docente aprende a enseñar sobre todo por haber sido alumno. Y de ahí su conclusión: «el hecho de que la enseñanza sea una actividad cultural explica por qué la enseñanza se ha resistido tanto al cambio» (p. 12).

«Un docente aprende a enseñar sobre todo por haber sido alumno.»

Al preguntarse en qué se apoyan esos guiones, Stigler y Hiebert responden que descansan en «un conjunto pequeño y tácito de creencias fundamentales sobre la naturaleza de la asignatura, sobre cómo aprenden los alumnos y sobre el papel que un docente debería jugar en el aula» (p. 87). Estas convicciones rara vez se cuestionan: se asumen por costumbre y, sin que nadie lo decida, acaban unificando de manera inconsciente la práctica docente en las aulas. En el debate público, en cambio, son exactamente lo que enciende la discusión.

Queda así una contradicción sin resolver. Dentro de un mismo país las aulas se parecen mucho entre sí, y se parecen justo allí donde la disputa pública es más feroz. Si lo que ocurre en clase apenas se mueve, ¿de dónde sale una guerra de más de cien años?

Lo que se le pide a un docente de matemáticas depende de para qué creemos que sirven las matemáticas escolares: para poder aplicarlas, para aprender a pensar o para heredar una cultura. Son tres fines con más de un siglo de historia y no son excluyentes, aunque la disputa los haya tratado como si hubiera que elegir. Y como la escuela reparte oportunidades, quién llega a aprender matemáticas es además una cuestión política. Debajo de esa discusión pública hay otra más íntima —qué son las matemáticas y qué implica su enseñanza— que cada docente resuelve casi sin darse cuenta y que decide su papel más que cualquier método. Y aun así, lo que hace no siempre es lo que cree: enseñar se aprende sobre todo siendo alumno, y por eso la práctica se mueve despacio.

2 | Más de cien años discutiendo lo mismo

Un informe sobre la enseñanza de las matemáticas pide que el énfasis se ponga «en desarrollar la capacidad de captar y utilizar ideas, procesos y principios en la resolución de problemas concretos, y no en la adquisición de mera facilidad o destreza operativa». Cuatro frases después añade que «dentro de esos límites, la destreza en la manipulación algebraica es importante, y la práctica en esta materia debería extenderse lo suficiente para ejecutar los procesos esenciales con precisión y agilidad». ¿De qué año debe ser el informe?

Es de 1923, y lo firma el *National Committee on Mathematical Requirements* (1923, p. 11). Desde los años noventa, la discusión sobre cómo enseñar matemáticas se conoce en Estados Unidos como las *Math Wars,* y enfrenta a *reformistas* y *tradicionalistas*. En la actualidad, las propuestas de orientación reformista ponen el foco principal en el desarrollo conceptual y la resolución de problemas, mientras que los enfoques de corte tradicionalista priorizan la adquisición fluida de los procedimientos, la precisión técnica y el dominio de las destrezas básicas. Un siglo después seguimos discutiendo sobre el equilibrio entre ambos enfoques.

1890–1950. La democratización de la educación

En 1890, menos del 7% de los adolescentes de catorce años de Estados Unidos iba a la escuela secundaria; al empezar la Segunda Guerra Mundial, iban casi tres cuartas partes de los jóvenes de catorce a diecisiete años (Stanic, 1987, citado en Schoenfeld, 2004, p. 256). La comisión que en 1918 reorganizó la secundaria lo describía mientras ocurría: «el carácter de la población de la educación secundaria ha quedado modificado por la entrada de grandes cantidades de alumnos de muy diversas capacidades, aptitudes, herencia social y destinos en la vida» (*Cardinal Principles of Secondary Education*, 1918, p. 8).

Este cambio demográfico dio origen al conflicto. Mientras la educación secundaria continuó siendo un privilegio reservado a una minoría con aspiraciones universitarias, el papel y la utilidad de las matemáticas jamás se pusieron en duda. Sin embargo, la progresiva democratización del sistema educativo propició la aparición de planteamientos pedagógicos que cuestionaban su necesidad: se defendía que el valor de cualquier disciplina debía juzgarse por «la aplicación del conocimiento a las actividades de la vida», sustituyendo el enfoque centrado en «las exigencias de una asignatura cualquiera como ciencia lógicamente organizada» (*Cardinal Principles of Secondary Education*, 1918, p. 8). A partir de esta postura, pedagogos como David Snedden concluyeron que las matemáticas debían reservarse exclusivamente a quienes fueran a utilizarlas en su futuro profesional, preguntándose: «¿por qué prescribirla para todos, por ejemplo, a las chicas?» (según sintetiza el propio informe de 1923, p. 548).

El informe de 1923 respondía precisamente a eso, al recomendar que las matemáticas se exigieran a todos los alumnos hasta el noveno curso (pp. 3 y 14). La primera pregunta de la guerra no fue cómo enseñar, sino qué enseñar a quién.

Frente a esta postura, el informe de 1923 abogó por exigir las matemáticas a todo el alumnado hasta el noveno curso (pp. 3 y 14). Así, el origen del debate no giró en torno al método de enseñanza, sino en torno qué enseñar a quién. Schoenfeld enmarca las Math Wars en estas mismas tensiones históricas: determinar cuál es la función de la escuela y a quién debe servir (2004, p. 281).

Paralelamente, la educación estadounidense arrastraba otra división: en 1902, Dewey ya había descrito dos posturas sobre dónde debía empezar la enseñanza, en la materia o en el alumno. Para la primera, «el [alumno] es simplemente el ser inmaduro que ha de ser madurado»; para la segunda, «el [alumno] es el punto de partida, el centro y el fin» (Dewey, 1902, citado en Kurz y Campbell, 2026, p. 6).

Pese a las constantes disputas sobre hasta qué punto debía extenderse la enseñanza de las matemáticas, la realidad objetiva hacia la década de 1940 era que los estudiantes de secundaria presentaban un nivel alarmantemente deficiente.

«El origen del debate no giró en torno al método de enseñanza, sino en torno qué enseñar a quién.»

1950–1970. La primera reforma: la *New Math*

Con el objetivo de corregir este déficit de nivel, a partir de 1950 la comunidad de matemáticos académicos impulsó diversas iniciativas curriculares orientadas a fortalecer la preparación del alumnado de cara a la universidad. Este conjunto de proyectos —con muchas discrepancias entre sí— se agrupó bajo la denominación de *New Math* (Klein, 2003, pp. 245-246). Su propuesta central consistió en trasladar la estructura formal de la matemática moderna a las aulas escolares, introduciendo por primera vez temas como la teoría de conjuntos, la aritmética modular y la lógica simbólica (Schoenfeld, 2004, p. 257).

En octubre de 1957 la Unión Soviética puso en órbita el primer satélite artificial, *Sputnik*, y Estados Unidos se sintió amenazado. El Congreso respondió con millones de dólares para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, y la *New Math*, escribe Loveless, «ya bien encaminada en 1958, era ahora una prioridad nacional» (2001, p. 190).

La *New Math* murió por cómo entró en las aulas. Ni docentes ni familias habían pedido un currículo nuevo y a los docentes «simplemente se les dijo que tenían que aprender a usarlo» (Sarason, 1996, citado en Loveless, 2001, p. 189). Además, sus defensores nunca pudieron demostrar que los alumnos aprendieran más (p. 197).

1970–1980. *Back to basics* fracasa en su propia medida

La reacción al fracaso de de la *New Math* fue el *Back to Basics*: el currículo volvió más o menos a donde estaba antes del *Sputnik* y se concentró en destrezas básicas y procedimientos. Diez años después llegó la factura. Para 1980, escribe Schoenfeld, los alumnos mostraban poca capacidad de resolución de problemas, lo que no sorprende en un currículo que no había enfatizado otra cosa que los procedimientos, «pero el rendimiento en los "básicos" tampoco había mejorado» (2004, p. 258).

1980–2000. La segunda reforma: los estándares

La segunda reforma llegó tras otra alarma nacional, económica en este caso. En abril de 1983, el informe federal *A Nation at Risk* resumió 15 años de caída de resultados y advirtió que «los cimientos educativos de nuestra sociedad están siendo erosionados por una marea creciente de mediocridad que amenaza nuestro propio futuro como nación y como pueblo» (Loveless, 2001, p. 191).

La respuesta no la dieron los matemáticos, que tras el fracaso de la *New Math* se habían apartado de la escuela, sino el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), la asociación de docentes de matemáticas, dirigida sobre todo por doctores en educación matemática (pp. 184 y 189). Sus *Curriculum and Evaluation Standards* de 1989 repartían los contenidos entre los que debían recibir más atención y los que debían recibir menos, y en la segunda lista pusieron los cálculos complejos con papel y lápiz, la práctica repetitiva, la memorización mecánica o la enseñanza por transmisión, entre otros (Schoenfeld, 2004, pp. 267–268).

Sin que nadie los hubiera puesto a prueba, se convirtieron por defecto en el modelo nacional y, a mediados de los noventa, en el centro de la disputa entre doctores en educación matemática y algunos matemáticos académicos (Loveless, 2001, pp. 193 y 198). Asimismo, la imprecisión de los estándares constituía un inconveniente importante, ya que abría un amplio abanico de interpretaciones. Al concebirse más como una orientación general que como una guía detallada de diseño curricular, diversas corrientes elaboraron propuestas heterogéneas «siguiendo el espíritu de los Estándares» (Schoenfeld, 2004, p. 268). Esta misma vaguedad acabó por perjudicarlos, convirtiéndolos en el blanco de las críticas vertidas contra metodologías pedagógicas cuestionables.

Loveless resume lo que las dos reformas comparten con una imagen de Richard Askey, matemático y crítico de la segunda: las matemáticas se sostienen sobre un taburete de tres patas, la estructura, los problemas y la técnica. «Las reformas de los sesenta enfatizaron el primero de esos componentes; las de los noventa, el segundo; y ambas instaron a las escuelas a dedicar menos tiempo al tercero» (Loveless, 2001, p. 196). Y como el tiempo de clase es «esencialmente un juego de suma cero», enfatizar una cosa significa restar énfasis a otra. (p. 195). Por eso, concluye Loveless, la disputa de los noventa trató «sobre todo de qué matemáticas debían enseñarse» (p. 11).

«Como el tiempo de clase es esencialmente un juego de suma cero, enfatizar una cosa significa restar énfasis a otra.»

2000–2020. La evidencia científica y la falta de consenso

Sin embargo, la división expuesta por Dewey persistió a lo largo del tiempo. Los enfoques *reformistas* promovidos por el NCTM se vinculan a propuestas centradas en el estudiante (cuyo punto de partida es el alumno), en contraposición a las corrientes *tradicionalistas*, orientadas a una enseñanza liderada por el profesorado (que toma como eje la materia). Ante la divergencia de perspectivas, en 2006 una orden presidencial propició la creación del *National Mathematics Advisory Panel* para analizar rigurosamente el estado de la investigación disponible.

A pesar de haber revisado más de 16.000 publicaciones (NMAP, 2008, pp. 7 y 10) y tras constatar la pluralidad de enfoques representados en la práctica, los investigadores localizaron únicamente ocho estudios con la calidad metodológica necesaria para comparar de forma directa la enseñanza liderada por el docente frente a la centrada en el alumno. Ante tales hallazgos, la comisión determinó que resultaba imposible «hacer ninguna generalización» firme (p. 45) y concluyó recomendando que se abandonaran las prescripciones tajantes a favor de una u otra modalidad, al no hallarse «respaldadas por la investigación» (p. 45).

«La comisión concluyó recomendando que se abandonaran las prescripciones tajantes a favor de una u otra modalidad.»

Pese a la contundencia de estas conclusiones, el debate continuó abierto. Autores como Alexander Kurz y Shauna Campbell atribuyen la persistencia del conflicto a la proliferación de «búnkeres epistémicos»: espacios donde cada bando se aísla, validando prioritariamente las pruebas obtenidas por sus propios correligionarios mientras minusvalora el trabajo de colectivos rivales (2026, p. 11). Paralelamente, la controversia ha trasladado su foco a los fundamentos mismos de la investigación: la irrupción en 2020 del movimiento *Science of Math* —promovido originalmente por especialistas en educación especial y ciencia cognitiva—, ha abierto una intensa discusión sobre la validez de las metodologías de investigación aportadas en la educación matemática (pp. 8–9).

A la luz de esta trayectoria histórica, la disyuntiva entre métodos no se reduce a una simple elección binaria entre dos opciones contrapuestas. La enseñanza de las matemáticas está modulada por un conjunto complejo de variables, todas ellas condicionadas por discrepancias de fondo acerca del sentido último de esta disciplina y del modo en que se consolida el aprendizaje.

La controversia en torno a las matemáticas escolares en Estados Unidos abarca más de un siglo. Se inició cuando la secundaria se masificó y hubo que decidir qué matemáticas enseñar y a quién. En paralelo corría otra división, que Dewey había descrito en 1902: si la enseñanza debía partir de la materia o del alumno. Desde entonces se han sucedido dos grandes reformas, cada una con su reacción, y ninguna de las dos reformas demostró una mejora en el aprendizaje antes de generalizarse. En 2008, un panel nacional evaluó la evidencia disponible y concluyó que no respalda el uso exclusivo ni de la enseñanza liderada por el docente ni de la centrada en el estudiante. La falta de consenso persiste, en parte por la tendencia de cada bando a priorizar las pruebas que respaldan su propia postura.

3 | ¿Qué tipo de enseñanza debe implementarse en la clase de matemáticas?

El principal debate actual sobre la educación matemática gira en torno al modelo pedagógico dominante: si conviene priorizar la instrucción explícita o apostar por un aprendizaje guiado por la indagación.

Arthur Baroody y su equipo (2015) enseñaron durante nueve meses dos cosas parecidas a niños desde educación infantil hasta segundo curso de primaria, asignados al azar: la regla de sumar uno y los dobles. Los niños practicaban con juegos de ordenador y en ninguna de las condiciones se les decía la regla; lo que cambiaba era cuánto les ayudaba el programa a verla (figura 3.1). Con guía mínima, practicaban las mismas sumas en un orden cualquiera y solo sabían si habían acertado. Con guía alta, cada suma llegaba justo después de algo que ya sabían y el programa les preguntaba si eso les ayudaba. Con sumar uno, la guía mínima funcionó igual que la guía alta. Con los dobles, solo la guía alta logró que los niños transfirieran la estrategia a combinaciones que no habían practicado.

Paremos un momento a pensar por qué. La tentación es decir que los dobles son más difíciles; la explicación de los autores es que sumar uno se oye en la propia secuencia de contar y los dobles no tienen ninguna regularidad que dirija la atención por sí sola: «el grado de guía necesario para alcanzar fluidez con distintas estrategias de razonamiento aditivo varía» (p. 95). Si la guía que hace falta depende de lo que se enseña y no de quien enseña, la pregunta «¿indagación o instrucción explícita?» está mal planteada. Eso es lo que esta sección explora.

«Si la guía que hace falta depende de lo que se enseña la pregunta "¿indagación o instrucción explícita?" está mal planteada.»

Un debate recurrente enmarcado en el contexto actual

Desde que John Dewey describiera a principios del siglo XX las tensiones entre *centrarse en los contenidos del currículo* o en *el estudiante como punto de partida*, la enseñanza de las matemáticas ha oscilado cíclicamente entre olas de reforma progresista y reacciones en favor de la enseñanza explícita. El punto de vista del propio Dewey era más integrador: «el estudiante y la materia sirven como dos anclas necesarias para el docente, quien utiliza el currículo organizado como guía para comprender las capacidades actuales de los alumnos y moldear el entorno con el fin de orientar su crecimiento continuo» (Kurz y Campbell, 2026, p. 5).

Entender esta trayectoria histórica contribuye a desestimar las falsas dicotomías. El debate público actual acostumbra a confrontar la versión más sólida de un enfoque contra la expresión más endeble del opuesto. Las líneas que siguen intentan el ejercicio inverso: presentar cada perspectiva tal como la construiría un defensor riguroso de la misma.

La instrucción explícita como eje vertebrador (tradicionalistas)	La indagación como eje vertebrador (reformistas)
Las matemáticas son un cuerpo de conocimiento organizado que se domina por orden. Aprender matemáticas es llegar a tener hechos, procedimientos y algoritmos disponibles sin esfuerzo, de modo que la mente quede libre para lo que todavía cuesta. El trabajo del docente es descomponer ese conocimiento en piezas pequeñas, mostrar cada una con claridad y comprobar que se domina antes de seguir. A quien está empezando, explorar sin ayuda le desborda: acaba con una comprensión frágil y con la sensación de no ser capaz. Enseñar de forma explícita es lo más equitativo que un docente puede hacer, porque no da por supuesto lo que nadie le ha enseñado.	*Las matemáticas son una actividad humana: conjeturar, probar si la conjetura aguanta, construir un argumento, convencer a alguien. Aprender matemáticas es hacer eso, no verlo hacer. Investigar un patrón, plantear un problema, discutir dos estrategias y decidir cuál conviene. Los procedimientos y los hechos importan, pero son el sedimento de esa actividad y no su sustancia. El trabajo del docente es diseñar tareas que valgan la pena, conducir una discusión que llegue a alguna parte y aguantar la tentación de decir lo que el alumno puede averiguar. El aula más equitativa es la que trata a cada alumno como alguien capaz de pensar matemáticamente.*

Tabla 2. Síntesis propia de lo que cada tradición sostiene.

Discrepancias conceptuales sobre el significado de «aprender»

Anna Sfard (1998) puso de manifiesto por qué distintos investigadores, observando la misma realidad, extraen conclusiones irreconciliables: el aprendizaje se estructura conceptualmente desde dos metáforas contrapuestas. Por una parte, la **metáfora de la adquisición** entiende la enseñanza como la incorporación o apropiación individual de saberes. Por otra, la **metáfora de la participación** la concibe como «un proceso de convertirse en miembro de una determinada comunidad» (p. 6). Dado que cada perspectiva valora indicadores que la otra ignora, esta discrepancia difícilmente se resolverá simplemente acumulando más datos empíricos.

Aunque el constructivismo —cimiento habitual del aprendizaje por indagación— concibe el aprendizaje desde la adquisición individual, las corrientes reformistas se orientan claramente hacia la *metáfora de la participación*, llegando las posturas más extremas a desestimar por completo la noción de adquisición.

	Metáfora de la adquisición	Metáfora de la participación
Objetivo del aprendizaje	Enriquecimiento individual	Construcción comunitaria
Aprendizaje	Adquisición de algo	Integrarse como participante
Estudiante	Receptor (consumidor), (re)-constructor	Participante periférico, aprendiz
Docente	Proveedor, facilitador, mediador	Participante experto, preservador de práctica/ discurso
Conocimiento, concepto	Propiedad, posesión, producto (individual, público)	Aspecto de práctica/discurso/actividad
Saber	Tener, poseer	Pertenecer, participar, comunicar

Tabla 3. Las correspondencias metafóricas (Sfard, 1998)

Lejos de defender la superioridad de una metodología sobre otra, el argumento central de Sfard advierte sobre los riesgos de caer en dogmatismos: «Cuando una teoría se traduce en una prescripción de enseñanza, la exclusividad se convierte en el mayor enemigo del éxito.» (p. 10)

En este sentido, la autora visibiliza las distorsiones derivadas de llevar la corriente reformista a posturas radicales: la prohibición absoluta de la instrucción directa, la obligatoriedad del aprendizaje cooperativo y el rechazo a cualquier estrategia que no se fundamente en la resolución de problemas. Su análisis concluye con una advertencia contundente:

«Como no hay dos estudiantes con las mismas necesidades y tampoco dos profesores no llegan a su mejor actuación de la misma manera, «se puede confiar en que la exclusividad teórica y la estrechez didáctica harán fracasar incluso las mejores ideas educativas» (p. 11).

La instrucción explícita

Quienes abogan por la instrucción explícita fundamentan su postura en la teoría de la carga cognitiva: la memoria de trabajo —la cantidad de información que la mente puede procesar de manera simultánea durante la resolución de una tarea— es limitada, así que lo que se gasta en averiguar por dónde empezar no está disponible para aprender. La formulación más citada es la de Paul Kirschner, John Sweller y Richard Clark en 2006, quienes precisamente empiezan criticando la postura reformista: los enfoques mínimamente guiados «ignoran tanto las estructuras que constituyen la arquitectura cognitiva humana como la evidencia de estudios empíricos del último medio siglo», y la ventaja de la guía «empieza a retroceder solo cuando los aprendices tienen conocimiento previo suficiente» (p. 75); el conocimiento *biológicamente secundario* (como las matemáticas), añaden con David Geary, «debe enseñarse explícitamente» (Sweller, Kirschner y Clark, 2007, p. 121).

Carga cognitiva. La memoria de trabajo maneja poca información a la vez. Lo que un alumno gasta en averiguar por dónde empezar no está disponible para aprender; de ahí que la instrucción explícita estructure el contenido en pasos pequeños, con ejemplos y con práctica guiada.

El manual de referencia sobre la instrucción explicita lo escribieron Anita Archer y Charles Hughes en 2011: «una metodología estructurada, sistemática y eficaz para enseñar destrezas académicas» (p. 1). Su propuesta se vertebra a través de principios clave de diseño:

- *seleccionar contenido crítico*,
- *segmentar en pasos manejables*,
- *organizar los contenidos siguiendo una secuencia lógica*,
- *utilizar ejemplos y contraejemplos claros*, *y*
- *ofrecer práctica extensa*;

y de cómo impartir las clases:

- *mantener explicaciones claras, concisas y consistentes*;
- *promover una alta interacción*,
- *realizar una monitorización constante*,
- *brindar retroalimentación inmediata* y
- *llevar un ritmo vivo*.

Su esquema característico se ha extendido globalmente bajo la fórmula: *yo lo hago, lo hacemos juntos, lo haces tú* (p. viii). Concebido originalmente en el marco de la educación especial, los autores lo describen como un enfoque «muy útil» para el alumnado en general y «esencial» para quienes presentan necesidades específicas de aprendizaje (p. vii).

Con el objetivo de verificar si la literatura científica compartía esta caracterización, Hughes colaboró seis años más tarde con Jared Morris, William Therrien y Sarah Benson. Tras revisar 86 investigaciones publicadas entre 2000 y 2016, alcanzaron la saturación teórica en el análisis número 68. Los resultados revelaron una de las claves que permiten entender el origen de todo este debate: la falta de unanimidad en las definiciones del ámbito. Pese a ello, identificaron cinco elementos clave presentes en más de las tres cuartas partes de los trabajos revisados:

- *Descomposición de tareas complejas en pasos sencillos*.

- *Focalización de la atención mediante modelado y verbalización de procesos*.
- *Andamiaje y retirada progresiva de ayudas para asegurar una tasa alta de éxito*.
- *Promoción de respuestas frecuentes acompañadas de retroalimentación inmediata*.
- *Planificación deliberada y orientada de la práctica*.

Barak Rosenshine identifica que la tasa alta de éxito «parece estar en torno al 80 %» porque «la práctica puede ser un desastre si los alumnos están practicando errores» (2012, p. 17). Asimismo, la retirada progresiva de apoyos —el tercer componente esencial— queda explicitada por Archer y Hughes (2011, p. 2): «cuando los alumnos demuestran éxito, puedes aumentar gradualmente la dificultad de la tarea a medida que disminuyes el nivel de guía».

Junto a la teoría de la carga cognitiva, el enfoque explícito se suele apoyar en otros tres marcos de la ciencia cognitiva:

- *La jerarquía instruccional* de Haring y Eaton (1978), que propone que el aprendizaje atraviesa secuencialmente cuatro fases: adquisición, fluidez, generalización y adaptación, y exige adaptar la estrategia pedagógica a la fase en que se encuentra el alumno;
- *las dificultades deseables* de Bjork y Bjork (2011), que muestran cómo la práctica intercalada (*interleaved*), espaciada (*spaced*) y de recuperación (*retrieval*) fortalecen la retención a largo plazo siempre que la dificultad no sature al aprendiz; y
- *la teoría de la variación* de Marton (2014), que defiende variar un solo elemento a la vez en una secuencia de ejercicios minimizando el esfuerzo cognitivo para hacer transparente la estructura subyacente.

No obstante, el propio enfoque de instrucción explícita presenta sus limitaciones. Debido a que cada investigación aplica una combinación distinta de elementos, resulta complejo «discernir qué componentes están directamente relacionados con el resultado» (Hughes et al., 2017, p. 145). Además, dado que el corpus de estudios se delimitó con el descriptor «dificultades de aprendizaje», los cinco elementos clave expresan el consenso de la educación especial, por lo que su aplicación directa al aula ordinaria de matemáticas representa una extrapolación.

La evidencia que este polo invoca con más frecuencia es *Project Follow Through*, el mayor experimento educativo de la historia de Estados Unidos, en el que el programa *Direct Instruction* de Siegfried Engelmann —un programa curricular específico y completamente guionizado que puede tomarse como ejemplo de instrucción explícita— obtuvo el mayor efecto medio en lectura, matemáticas, ortografía y lenguaje (Watkins, 1997, p. 37). Medio siglo después, un metaanálisis de 328 estudios sobre programas curriculares *Direct Instruction* encontró efectos positivos en todas las áreas académicas, de 0,55 en matemáticas (Stockard et al., 2018, pp. 479 y 492). Tres cautelas acompañan a estos datos:

- *De población*. La muestra de *Follow Through* era no representativa: alumnado desfavorecido de infantil a tercero, en localidades que se ofrecieron voluntarias (House et al., 1978, pp. 128–129). Además, alrededor de un tercio de los efectos del metaanálisis corresponde a alumnado con necesidades especiales (Stockard et al., 2018, p. 493).
- *De medida*. Las pruebas evaluaban muy pocos de los objetivos de los modelos y favorecían a los que se centraban en destrezas mecánicas. Además, la única ventaja significativa de *Direct Instruction* en su reanálisis se podía atribuir a una subprueba con ítems muy similares a sus materiales (House et al., 1978, pp. 152, 156–157). En el metaanálisis, los efectos en matemáticas fueron menores con pruebas normalizadas que con instrumentos de los investigadores (Stockard et al., 2018, pp. 495–496).
- *De procedencia*. Parte del trabajo se hizo mientras los autores trabajaban a tiempo parcial para el *National Institute for Direct Instruction*, una organización sin ánimo de lucro que da apoyo a los centros que aplican el programa (Stockard et al., 2018, p. 503).

El aprendizaje por indagación en matemáticas

Aquellos que defienden un aprendizaje por descubrimiento o indagación se fundamentan en el constructivismo: el conocimiento lo construye quien aprende a partir de lo que ya sabe, y aprender es, en el modelo de Piaget, adaptación (Simon, 1995, p. 116). La raíz pedagógica está en Dewey (Artigue y Blomhøj, 2013, p. 798): enseñar matemáticas y ciencias invitando a los alumnos «a trabajar de maneras similares a como trabajan los matemáticos y los científicos» (p. 797). Sin embargo, sobre este principio cabe resaltar un matiz crucial: el constructivismo como marco «no nos dice cómo enseñar matemáticas; es decir, no estipula un modelo concreto» (Simon, 1995, p. 115). Del mismo modo, este enfoque no persigue un descubrimiento libre, , ni tan siquiera mínimamente guiado, sino una indagación dotada de un fuerte andamiaje (Hmelo-Silver et al., 2007, p. 99).

Más que un método único, el aprendizaje por indagación se compone de diversas tradiciones históricas. Michèle Artigue y Morten Blomhøj (2013, p. 797) examinan seis de estas corrientes principales: la *resolución de problemas* (de Pólya a Schoenfeld), la *teoría de las situaciones didácticas* de Brousseau, la *educación matemática realista* desarrollada por Freudenthal, los enfoques de *modelización*, la *teoría antropológica de lo didáctico* de Chevallard y el *enfoque dialógico y crítico* de Alrø y Skovsmose. Aunque estas corrientes comparten el marco de la indagación, configuran una estructura «más semejante a un caleidoscopio que a un marco unificado», destacando más por la complementariedad de sus aportes que por antagonismos directos. Las principales tensiones emergen «entre el desarrollo de disposiciones y hábitos de pensamiento inquisitivos frente a la progresión sistemática de los contenidos del currículo, la procedencia interna o externa de las situaciones problema planteadas, y la orientación hacia intereses de carácter científico en contraste con el abordaje de situaciones de la vida cotidiana» (2013, p. 809).

A la hora de estructurar una sesión basada en aprendizaje por indagación, se puede tomar como referencia el esquema propio de la enseñanza mediante la resolución de problemas (Cai, 2010, citado en Artigue y Blomhøj, 2013, p. 803), donde la dinámica de la clase se organiza habitualmente en tres etapas diferenciadas: se empieza explorando un problema o situación planteada; posteriormente, «tras los intentos individuales bajo la guía del docente, el énfasis se pone en compartir y discutir colectivamente los distintos intentos y soluciones»; y finalmente, el docente conduce a los alumnos a institucionalizar las matemáticas detrás del problema .

También este polo intenta definir sus componentes. Margaret Smith y Mary Kay Stein parten de un diagnóstico: sin guía experta, la discusión degenera en una lección del docente o en «una serie inconexa de demostraciones» en la que los alumnos con la respuesta correcta se turnan (2018, pp. 4 y 6). Sus cinco prácticas existen «para hacer más manejable la enseñanza centrada en el alumno, moderando el grado de improvisación» (p. 9):

- *anticipar las respuestas probables de los alumnos*,
- *monitorizar el trabajo de los alumnos*,
- *seleccionar a quién se pide que presente su trabajo matemático*,
- *secuenciar las respuestas que se expondrán, y*
- *conectar las respuestas entre sí y con las ideas matemáticas clave.*

En el ámbito del aprendizaje por indagación, destaca un estudio emblemático que trasciende las polémicas habituales. A finales de los ochenta, Thomas Carpenter, Elizabeth Fennema y sus colegas (1989) asignaron al azar a veinte de cuarenta docentes de primero de primaria a un taller de cuatro semanas sobre *Cognitively Guided Instruction* (CGI), centrado en cómo los niños resuelven sumas y restas. Combinaron así dos líneas de investigación hasta entonces separadas: la investigación en el aula sobre el profesorado y la enseñanza, y la investigación sobre el pensamiento infantil. Evaluaron los resultados mediante pruebas estandarizadas y entrevistas clínicas. CGI no prescribió prácticas concretas ni indicó si estrategias como contar a partir de un número debían enseñarse explícitamente: identificó las preguntas que cada docente tendría que resolver y no les dijo cómo responderlas (Carpenter et al, 1989, p. 505). Lo que el taller les dio fue conocimiento sobre cómo piensan sus alumnos, para que cada docente pudiera valorar mejor lo que sabían y tomar decisiones de enseñanza más informadas (p. 529).

A diferencia del bloque anterior, la evidencia empírica que sustenta esta perspectiva se encuentra más dispersa; para ilustrarla, examinamos un metaanálisis y un estudio correlacional. Ard Lazonder y Ruth Harmsen (2016) investigaron qué tipo de guía es adecuada en la indagación (p. 681). Analizaron 72 estudios de ciencias y matemáticas (alumnos de 5 a 22 años) comparando grupos con y sin distintos niveles de guía, de menos a más específica. La indagación guiada superó a la no guiada en ejecución (d = 0,66), producción (d = 0,71) y aprendizaje (d = 0,50). El tipo de guía no marcó diferencias en lo aprendido: un simple recordatorio o una heurística rindieron lo mismo que una explicación completa, y por igual en niños, adolescentes y jóvenes (pp. 702 y 705). De ahí su respuesta al supuesto de Kirschner y sus colegas de que una guía más específica produce más aprendizaje: «guía adecuada no es lo mismo que una guía altamente específica» (p. 706). Por su parte, David Blazar (2015) evaluó la práctica de 111 docentes de cuarto y quinto de primaria y observó que la «instrucción matemática ambiciosa» —que fomenta múltiples estrategias, conexiones conceptuales, generalizaciones y el uso del razonamiento del alumnado— se vincula con un incremento de ~0,10 desviaciones típicas en el rendimiento, lo que en su opinión «respalda décadas de reformas» de corte indagador (pp. 19, 20 y 27). Cabe destacar ciertas limitaciones de estos estudios:

- *De objeto*. Ninguno compara la indagación con la instrucción explícita de Archer y Hughes. Lazonder y Harmsen evalúan la indagación analizando y comparando distintos niveles de guía, y la medida de Blazar también incluye las explicaciones del docente (p. 20).
- *De diseño y población*. Blazar es observacional, con docentes voluntarios: su efecto baja a 0,08 al controlar el conocimiento matemático del docente (p. 25), y él mismo advierte que podría depender de otras características que sus datos no recogen (p. 27). En el metaanálisis, solo cinco estudios del metaanálisis son de matemáticas, y su efecto (d = 0,28) tiene un intervalo de confianza que incluye el cero (Lazonder y Harmsen, 2016, p. 702).
- *De medida*. La prueba de Blazar plantea problemas no rutinarios en los que hay que explicar el razonamiento, lo mismo que la práctica que mide (p. 21). En el metaanálisis, la guía mejora el conocimiento de la materia la mitad que las destrezas de indagación (d = 0,37 frente a 0,78; p. 702).

Priorizar los componentes sobre la adscripción a un bando

Al reconocer que ambas posturas constituyen enfoques metodológicos complejos y multidimensionales, la pregunta deja de ser si hay que guiar al alumno y pasa a ser qué guía darle. El metaanálisis de Lazonder y Harmsen (2016) que hemos visto más arriba no encontró un tipo de guía mejor que otro. Si no existe un nivel de guía óptimo en general, el foco del debate se desplaza hacia otra pregunta: cómo actuar con cada alumno, considerando el momento específico, la meta de aprendizaje y la naturaleza del contenido.

Para abordar la cuestión de cuánto apoyo proporcionar a los alumnos, Rachel Lambert (2024, pp. 91-93) propone un continuo de cinco posiciones por el que un docente navega a lo largo de una clase y elige según el momento del aprendizaje, el alumno y el objetivo:

- **Instrucción explícita:** un conjunto de prácticas que indica a los estudiantes cómo pensar y exactamente cómo resolver problemas.
- **Acompañamiento estratégico:** acompañamiento focalizado para un estudiante, teniendo en cuenta lo que sabe y ofreciendo orientación sobre lo que desconoce.
- **Desarrollo estratégico guiado:** instrucción cuidadosamente secuenciada y con un alto nivel de andamiaje, pero que aun así permite que los estudiantes piensen por sí mismos.
- **Indagación guiada:** una versión con andamiaje de la enseñanza basada en la indagación, donde algunos de los andamios son las preguntas y la retroalimentación del docente.
- **Descubrimiento no asistido**: Instrucción dirigida por el estudiante sin guía por parte del docente.

Cinco posiciones

El docente elige según el momento del aprendizaje, el alumno y el objetivo

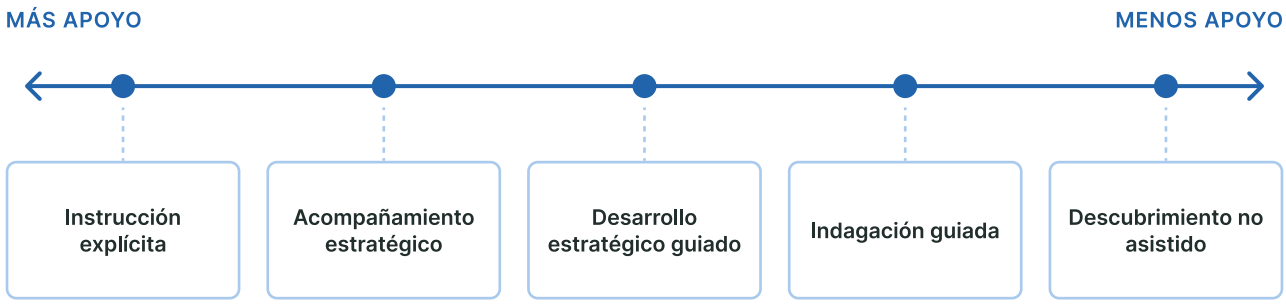


Figura 6. El continuo de guía de Lambert (2024): de la instrucción explícita al descubrimiento no asistido, con las distintas posiciones por las que un docente se va moviendo dentro de una misma clase. Elaboración propia a partir de Lambert (2024, pp. 91–93).

Lazonder y Harmsen comparan niveles de guía dentro de la indagación, pero no la enfrentan con la instrucción explícita. Para contrastar ambos modelos, podemos recurrir al metaanálisis de Louis Alfieri y colaboradores (2011), que reúne 164 estudios. Cuando el alumno descubre solo, sin guía ni retroalimentación, aprende menos que con instrucción explícita. Cuando el descubrimiento está asistido —con andamiaje o pidiéndole que explique sus ideas—, aprende más que con casi cualquier alternativa, incluida la enseñanza directa, aunque no más que con ejemplos resueltos (pp. 1 y 11). Lejos de depender de una etiqueta metodológica, la eficacia de una propuesta se explica por los componentes concretos que acompañan la tarea. Los propios autores señalan cuáles funcionan: la retroalimentación y los ejemplos resueltos del lado explícito, y el andamiaje y las explicaciones del propio alumno, del lado del descubrimiento.

«Lejos de depender de una etiqueta metodológica, la eficacia de una propuesta se explica por los componentes concretos que acompañan la tarea.»

Más allá del «no expliques»

Daniel Chazan y Deborah Ball señalaron hace veinticinco años que «no expliques» no es una instrucción operativa: deja al docente sin criterio justo cuando la discusión se estanca. Dave Hewitt (1999) parte el currículo de matemáticas en dos: algo es **arbitrario** «si alguien solo pudiera llegar a saber que es verdad al ser informado de ello por algún medio externo» (p. 3), y **necesario** si los alumnos «pueden deducir por sí mismos y saber que son correctas» (p. 4). Que a un polígono de cuatro lados se le llame cuadrilátero, o que la vuelta se divida en 360 unidades, es arbitrario. Que los ángulos de un triángulo suman media vuelta es necesario, y el papel del docente es «proponer una tarea que ayude a los alumnos a educar su propia conciencia» (p. 5). La auténtica esencia de las matemáticas reside, precisamente, en esta naturaleza de lo necesario.

Arbitrario y necesario. Distinción de Hewitt (1999). Es arbitrario lo que solo se puede saber porque alguien lo cuenta, y hay que informarlo y memorizarlo. Es necesario lo que el alumno puede deducir y comprobar por sí mismo.

El artículo de Hewitt abre y cierra con la misma proposición: «Si tengo que recordar... entonces no estoy trabajando en matemáticas». Conviene leerla con cuidado. Hewitt no dice que memorizar no haga falta —sostiene justamente que todo lo arbitrario hay que informarlo y memorizarlo—; dice que ese trabajo, siendo imprescindible, no consiste en hacer matemáticas. Es precisamente en este punto donde el enfoque por indagación choca frontalmente con la instrucción explícita. Quienes abogan por esta última sostienen que es útil también «cuando la vía del descubrimiento puede ser imprecisa, inadecuada, incompleta o ineficiente» (Archer y Hughes, 2011, p. vii).

Qué implica esto en la práctica

Buena parte del debate se sostiene sobre un malentendido que alimentan los dos bandos: cada uno se describe por su mejor versión y retrata al otro por la peor. El artículo de Kirschner, Sweller y Clark (2006) es el ejemplo más citado. Ya desde el título, agrupaba bajo la etiqueta de «instrucción mínimamente guiada» cinco enfoques: el constructivista, el de descubrimiento, el basado en problemas, el experiencial y el de indagación. La lista mezcla planos distintos —el constructivismo es una teoría sobre cómo se aprende, no un método de enseñanza (Simon, 1995, p. 115)— y enfoques que en la práctica se solapan. Cindy Hmelo-Silver, Ravit Duncan y Clark Chinn respondieron que Kirschner y sus colegas los habían metido «indiscriminadamente» en el mismo saco, y centraron su defensa en dos de ellos: el aprendizaje basado en problemas y la indagación, que en el aula a menudo no se distinguen y que ellos mismos tratan como sinónimos (2007, p. 100). Ninguno de los dos, sostenían, es mínimamente guiado: ambos «proporcionan un andamiaje y una guía extensos» (p. 99). Y añadieron algo más revelador: muchas de esas ayudas les parecían «indistinguibles de algunas de las formas de guía que recomiendan los teóricos de la carga cognitiva» (p. 102).

A lo largo del capítulo hemos hablado de una enseñanza centrada en el alumno, o reformista, frente a otra liderada por el docente, o tradicionalista. Es una distinción que viene de Dewey y que el NCTM y el panel de 2008 heredaron para describir el debate de las *Math Wars*, y sirve para situar de dónde parte cada tradición: del alumno o de la materia. Pero, convertida en etiqueta, alimenta la caricatura en sentido contrario, porque asocia la instrucción explícita que defienden los tradicionalistas con la clase tradicional, en la que el docente explica en la pizarra y los alumnos repiten ejercicios en silencio. De eso se quejan Archer y Hughes: según ellos, los defensores de los enfoques constructivistas han creado «una falsa dicotomía» al etiquetar los métodos explícitos como «centrados en el docente» y los suyos como «centrados en el alumno» (2011, p. 19). Y sostienen lo contrario: en la instrucción explícita, las decisiones se basan «por completo en las necesidades y el rendimiento del alumno» (p. 19), y responden también a quienes la acusan de enseñar destrezas descontextualizadas o de convertir la práctica en un «*drill and kill*» (pp. 19–21). Basta repasar sus principios —alta interacción, monitorización constante, retroalimentación inmediata— para ver que se parecen poco a una lección transmisiva seguida de una ficha. Esta defensa merece la misma cautela que la de Hmelo-Silver y sus colegas, pero el paralelismo es revelador: cada bando se queja de que el otro lo caricaturiza.

La réplica de Sweller, Kirschner y Clark, publicada en el mismo número de la revista, concedía más de lo que parece. Reconocían que «seguimos sin ser capaces de detectar las diferencias entre el descubrimiento guiado y el aprendizaje basado en problemas o la indagación con andamiaje» (2007, p. 117), aceptaban que el andamiaje es mejor que su ausencia, suscribían el modelado que usa la indagación porque se parece a los ejemplos resueltos (p. 118) y veían en la respuesta de Hmelo-Silver y sus colegas la señal de «un consenso emergente» (p. 119). Lo que quedaba en disputa era mucho más acotado que una guerra: dónde poner el énfasis principal. Para ellos, en la instrucción directa y explícita, como los ejemplos resueltos (p. 119); para Hmelo-Silver y sus colegas, en una guía más dirigida que «tiene que construirse sobre el pensamiento del alumno» (2007, p. 105).

Cuando se deja la caricatura a un lado, cada bando se reconoce en las prácticas del otro. Es probable que muchos docentes que se consideran reformistas suscribieran sin reparos los cinco elementos con que Hughes y sus colegas caracterizaban la instrucción explícita: descomponer lo complejo, modelar y verbalizar el proceso, andamiar y retirar la ayuda, pedir respuestas frecuentes con retroalimentación y planificar la práctica. La propia indagación los incorpora: Hmelo-Silver y sus colegas recuerdan que puede incluir instrucción directa «justo a tiempo», cuando los alumnos ya sienten la necesidad de saber lo que se les va a explicar (p. 100). Por eso la oposición entre bandos es, en buena parte, ficticia. Se puede plantear una clase de indagación que incorpore los componentes explícitos con respaldo empírico —modelar un procedimiento cuando hace falta, andamiar y retirar la ayuda, dar retroalimentación inmediata, ofrecer ejemplos resueltos y explicar en el momento en que el alumno lo necesita— sin renunciar a lo que aporta la indagación: un problema que merece ser pensado y explicaciones que se piden al propio alumno.

Lo que sigue abierto es la dosis y el orden de esos componentes, y eso no se decide de una vez para siempre, sino con cada alumno, en cada momento, según la meta de aprendizaje y la naturaleza del contenido. Importa qué se enseña: lo arbitrario se cuenta, y lo necesario puede deducirse si la tarea está bien pensada. Importa quién aprende: la ventaja de la guía «empieza a retroceder» a medida que el alumno sabe más (Kirschner et al., 2006, p. 75). Importa el momento: un primer encuentro, una segunda oportunidad, la consolidación y la transferencia no piden el mismo tipo de ayuda, ni la necesita igual un

alumno que avanza que uno que se ha quedado atascado. E importa la meta: no es lo mismo que el alumno domine un procedimiento, que comprenda por qué funciona o que aprenda a investigar por su cuenta.

PREGUNTAS QUE NOS DEBERÍAMOS HACER

- El contenido: ¿es arbitrario y hay que contarlo, o es necesario y el alumno puede deducirlo?
- El alumno: ¿qué sabe ya de esto y cuánta ayuda necesita?
- El momento: ¿es un primer encuentro, una segunda oportunidad, una consolidación o una transferencia? ¿El alumno progresa o se ha quedado atascado?
- La meta: ¿buscamos que domine un procedimiento, que comprenda por qué funciona o que desarrolle una competencia?

Antes de elegir entre una opción u otra, sin embargo, hay una condición previa que el debate suele saltarse: ejecutar bien lo que se elige. Sin una guía experta, la discusión de una clase de indagación degenera en una lección del docente o en una serie inconexa de soluciones (Smith y Stein, 2018, pp. 4 y 6), y una instrucción explícita aplicada a medias pierde justo los componentes que la hacen eficaz. Como veremos en la sección 5, eso es lo que ocurre con más frecuencia en las aulas: las prácticas que defienden ambos bandos están entre las que peor se implementan (Kurz y Campbell, 2026, pp. 32–33). Mientras sea así, cada bando podrá seguir atribuyendo los malos resultados al método del otro, cuando lo que falla en ambos casos es la ejecución.

«Cada bando podrá seguir atribuyendo los malos resultados al método del otro, cuando lo que falla en ambos casos es la ejecución.»

Los dos bandos se describen por su mejor versión y caricaturizan al otro: unos reducen la indagación a dejar solo al alumno; los otros, la instrucción explícita a la transmisión pasiva. Cuando se leen sus propios textos, las diferencias se estrechan: la indagación bien hecha está muy guiada, y la instrucción explícita usa elementos que muchos docentes reformistas reconocerían como propios. Lo que sigue en disputa es la dosis y el orden de los componentes, que se decide en cada momento concreto. Y antes de elegir hace falta algo que el debate suele olvidar: ejecutar bien lo que se elige.

4 | Otros grandes debates de diseño sobre la enseñanza de las matemáticas

El debate entre instrucción explícita y aprendizaje por indagación no agota las controversias del campo. Existen otros dilemas más específicos sobre la didáctica de las matemáticas que suelen presentarse de forma dicotómica:

1. ¿Qué va primero: comprensión conceptual o fluidez procedimental?		
Fluidez procedimental	**Comprensión conceptual**	
La memoria de trabajo es limitada. Automatizar procedimientos libera capacidad cognitiva para el razonamiento. Enseñar procedimientos explicando su lógica permite usarlos como vía de acceso a la comprensión.	*Procedimentar sin comprender genera conocimiento frágil e inaplicable. Las reglas memorizadas se degradan sin marco conceptual y las rutinas vacías dificultan la construcción posterior de significado.*	
2. ¿Algoritmo estándar temprano o invención de estrategias primero?		
Algoritmo estándar	**Múltiples estrategias**	
El algoritmo estándar condensa siglos de eficiencia. Es eficiente y generalizable. Reinventarlo malgasta tiempo y perjudica a los alumnos vulnerables que no logran idear estrategias propias.	*Inventar estrategias fomenta el sentido numérico y el valor posicional. Imponer algoritmos pronto anula el pensamiento propio, mientras que dominar estrategias variadas facilita elegir la adecuada.*	
3. ¿Memorización explícita de hechos numéricos o automatización por uso?		
Se memorizan	**Se desarrollan**	
La automatización de hechos básicos predice el éxito matemático y evita sobrecargar la memoria de trabajo. La práctica cronometrada de bajo impacto es la vía más eficiente; la ansiedad surge del fracaso, no del tiempo.	*Memorizar sin contexto crea conocimiento inflexible. La práctica cronometrada causa ansiedad que bloquea la memoria de trabajo. Los hechos emergen al desarrollar sentido numérico.*	
4. ¿Resolver problemas antes o estudiar ejemplos resueltos como modelo?		
Ejemplos resueltos	**Resolución de problemas**	
Los ejemplos resueltos reducen la carga cognitiva del novato, liberando memoria de trabajo para aprender la estructura. El andamiaje progresivo y la retroalimentación inmediata optimizan el proceso.	*Los problemas ricos generan una comprensión más profunda y transferible mediante la lucha productiva. Aunque los ejemplos resueltos enseñan procedimientos, no fomentan la agencia ni el razonamiento profundo.*	

Tabla 4. Síntesis propia de posiciones contrapuestas en los debates.

Sin embargo, al examinar los argumentos en detalle, la diferencia no suele radicar en elegir una opción con exclusión de la otra, sino en determinar el orden de presentación y la importancia relativa de cada una.

A continuación se analiza en detalle cada una de estas cuatro controversias a la luz de la literatura científica disponible, examinando las aportaciones y límites de la evidencia empírica en cada caso.

Los cuatro debates se formulan como una elección entre dos cosas, pero los estudios casi nunca comparan las dos secuencias enfrentadas. Por eso la respuesta que sale de la evidencia suele ser un orden y una dosis en lugar de un solo ganador.

La comprensión conceptual y la fluidez procedimental deberían retroalimentarse

Previo al examen de los datos empíricos, conviene señalar un desacuerdo terminológico fundamental. Tal como observó Jon Star (2005), la definición canónica en el marco de la investigación en educación matemática, propuesta por Hiebert y Lefevre (1986) no concibe el **conocimiento conceptual** como el mero saber sobre conceptos o principios, sino como un indicador de la calidad, profundidad y riqueza de las conexiones conceptuales del estudiante. Como resultado, el término "conceptual" ha asumido un doble significado: designa tanto la materia aprendida como la profundidad integradora del aprendizaje. De manera similar, el **conocimiento procedimental** se ha asociado con un conocimiento superficial y sin conexiones de los procedimientos.

La psicología cognitiva contemporánea concibe ambos conocimientos únicamente como tipos diferenciados de conocimiento, sin emitir un juicio previo sobre su nivel de desarrollo o calidad, una postura que hoy constituye la visión consensuada en la literatura (Rittle-Johnson, Schneider y Star, 2015). Por un lado, se sitúan los conceptos y principios (conocimiento conceptual) y, por otro, cualquier secuencia de pasos o instrucciones dirigida a resolver problemas (conocimiento procedimental), sin presuponer el grado de dominio adquirido, dado que la comprensión de un concepto también puede ser limitada o meramente superficial.

Star y Stylianides (2013) extraen una conclusión clave: si ambos términos se conciben como cualidad o profundidad del saber, la cuestión de cuál debe preceder al otro carece de sentido. Así, gran parte del debate responde simplemente a las distintas interpretaciones iniciales de las partes. Asimismo, en los estudios experimentales posteriores, la "enseñanza conceptual" se operacionaliza como una breve explicación teórica del concepto, un planteamiento muy alejado de la dinámica de un aula basada en la indagación.

Sin embargo, existe un consenso fundamental entre posturas. El informe del National Mathematics Advisory Panel —el panel federal al que suele apelar la corriente tradicionalista— señala que la dicotomía entre conocimiento conceptual, destrezas procedimentales y hechos numéricos memorizados es errónea, concluyendo que «estas capacidades son mutuamente favorecedoras: cada una facilita el aprendizaje de las otras» (NMAP, 2008, p. 26). En la misma línea, el informe *Adding It Up* del *National Research Council* sostiene que «enfrentar la destreza a la comprensión crea una falsa dicotomía. [...] las dos están entretejidas» (NRC, 2001, p. 122).

Con todo, afirmar que se trata de una "falsa dicotomía" no equivale a sostener que "el orden resulte indiferente". La postura sobre la prioridad temporal está claramente definida: el NCTM defiende que «la fluidez procedimental sigue y se construye sobre una base de comprensión conceptual» (NCTM, 2014, p. 42, citado en Rittle-Johnson et al., 2015). Sin embargo, al revisar la literatura en busca de trabajos que contrapusieran empíricamente ambos órdenes, Rittle-Johnson, Schneider y Star constataron su inexistencia. Los estudios que habitualmente se aducen como prueba evalúan realidades distintas, arrojando únicamente conclusiones de alcance parcial:

- *Enseñanza reformista frente a tradicional* (Blöte et al. 2001; Cobb et al. 1991; Fuson y Briars 1990; Hiebert y Wearne 1996; Hiebert y Grouws 2007): reflejan la importancia de incorporar la enseñanza conceptual para el aprendizaje, dado que los métodos tradicionales apenas enseñan conceptos.

- *Procedimientos sin atención conceptual* (Kamii y Dominick 1997, 1998; Mack 1990): señalan que enseñar algoritmos o reglas estándar sin base conceptual limita drásticamente la comprensión posterior.

- *Solo-conceptual frente a procedimental-y-después-conceptual* (Pesek y Kirshner, 2000): arroja diferencias ligeramente favorables a la condición solo-conceptual, pero «pequeñas y no fiables» (Rittle-Johnson et al., 2015).

- *Solo-conceptual frente a conceptual-y-procedimental* (Perry 1991): sugiere que la enseñanza centrada de forma exclusiva en conceptos puede favorecer una mayor transferencia a nuevos procedimientos en contextos de laboratorio a corto plazo.

- *Lección breve de concepto frente a lección breve de procedimiento* (Rittle-Johnson y Alibali 1999; Matthews y Rittle-Johnson 2009): registran mejoras superiores en postests para las intervenciones cortas sobre conceptos, en comparación con lecciones de procedimiento equivalentes.

- *Bidireccionalidad* (Rittle-Johnson y Alibali, 1999): muestra que el conocimiento procedimental y el conceptual se potencian mutuamente en ambas direcciones.

- *Secuencia de práctica* (Canobi, 2009): indica que la práctica estructurada bajo principios conceptuales incrementa tanto la fluidez como la comprensión, a diferencia de la práctica con tareas secuenciadas de manera aleatoria.

El único estudio que sí que contrasta secuenciación es de Rittle-Johnson y Koedinger (2009). Señala que alternar de forma iterativa entre concepto y procedimiento, empezando por el concepto, ofrece resultados equivalentes en conocimiento conceptual y superior en conocimiento procedimental.

Persiste, sin embargo, una asimetría de fondo. Como se advierte en *Adding It Up*:

> «una vez que los alumnos han aprendido procedimientos sin comprensión, puede resultar difícil conseguir que participen en actividades que les ayuden a entender las razones que los sustentan» (p. 122).

Finalmente, conviene señalar una consideración geográfica: Rittle-Johnson, Schneider y Star (2015) destacan que la controversia sobre la direccionalidad es predominantemente estadounidense. En muchos países asiáticos la práctica se entiende como una vía hacia la comprensión, por lo que los investigadores de fuera de Occidente no acaban de entender el debate. Se asume con naturalidad que el dominio del procedimiento fortalece la asimilación del concepto y viceversa .

En definitiva, se consolida una premisa tan clara como bien fundamentada: la fluidez procedimental y la comprensión conceptual se potencian recíprocamente . Entender por qué funciona un procedimiento permite adaptarlo y elegir entre varios; practicarlo sobre tareas bien secuenciadas deja ver la estructura que hay debajo. Tanto investigaciones longitudinales como estudios experimentales concuerdan en que el desarrollo de cada tipo de saber favorece y anticipa los progresos en el otro (Schneider, Rittle-Johnson y Star, 2011) .

«Entender por qué funciona un procedimiento permite adaptarlo y elegir entre varios; practicarlo sobre tareas bien secuenciadas deja ver la estructura que hay debajo.»

Estrategias y algoritmo piden una secuencia, no una elección

Este debate opone dos visiones: Constance Kamii y Ann Dominick (1997, 1998) afirman que los algoritmos anulan el valor posicional y el pensamiento propio, mientras que Hung-Hsi Wu (1999) defiende que los algoritmos estándares permiten entender conceptos fundamentales, además de exigir corrección y generalidad a los métodos inventados. Por su parte, el *Association Resource Group* de la *American Mathematical Society* (AMS, 1998, p. 274) consideró plausible que idear estrategias fomente el sentido numérico, pero, al dudar de que todo el alumnado pueda inventar métodos eficientes y generales, recomendó culminar dichos periodos con la enseñanza y práctica del algoritmo estándar.

El estudio longitudinal de referencia (Carpenter et al., 1998) siguió durante tres años a 82 alumnos de 1.º a 3.º. El grupo de estrategias inventadas (27 alumnos que inventaron estrategias antes de aprender algoritmos) superó significativamente al grupo del algoritmo (18 alumnos que empezaron por los algoritmos) en comprensión de la base diez en 2.º y en problemas de extensión en 3.º. Según los autores, aprender primero el algoritmo redujo la flexibilidad de los estudiantes. Sin embargo, introducen tres

matices importantes: los grupos se formaron a posteriori según las estrategias observadas en los niños (no mediante asignación aleatoria), no se descartaron diferencias previas de capacidad cognitiva entre ellos y la enseñanza impartida en el aula no fue el objeto directo de evaluación. Concluyen que las estrategias inventadas sirven de base conceptual «incluso cuando se enseñan los algoritmos» (p. 19).

Aparte del estudio de Carpenter et al., lo que encontramos en la literatura son investigaciones de un alcance más acotado, de las cuales se derivan conclusiones parciales:

- *La variedad temprana puede promover la flexibilidad sin coste de exactitud* (Klein, Beishuizen y Treffers, 1998). Diez aulas neerlandesas de 2.º, 275 niños, emparejadas por rendimiento y asignadas al azar a varias estrategias mentales desde el principio o a una sola casi todo el curso. La variedad temprana «no dañó la competencia procedimental»; el grupo de una sola estrategia abrió el abanico al final, pero «se quedó muy por detrás en flexibilidad» (p. 460).

- *Una única estrategia puede resultar beneficiosa en educación especial* (Timmermans y Van Lieshout, 2003). En 16 niños, enseñar directamente una sola estrategia —el salto en la recta numérica vacía, no el algoritmo escrito— dio el mismo dominio final y mejor transferencia, en las restas sin reagrupación, que construir las propias. Del grupo con más estrategias, los autores escriben que «la forma en que se usó ese repertorio mayor no podía llamarse flexible» (p. 15). Con 16 niños, es una tendencia, no una certeza.

- *El algoritmo temprano puede enseñarse con significado* (Fuson y Briars, 1990). Conectar bloques base diez al algoritmo escrito elevó del 5 % al 90 % la proporción de alumnos de 2.º que alcanzaba el criterio en sumas de diez cifras (42 aulas). En un estudio previo de los mismos autores, con 40 entrevistas de comprensión, ninguno llamó «uno» a la llevada (pp. 195 y 199).

- *La flexibilidad no sobrevive sola* (Torbeyns y Verschaffel, 2016). Tras dos años de estrategias mentales, 58 alumnos flamencos de 4.º aprendieron el algoritmo. Un año después, la mitad usaba solo el algoritmo, incluso en operaciones propicias para compensar (963 − 499).

- *Suele predominar una estrategia única* (Torbeyns et al., 2017). En 318 alumnos de 3.º a 6.º, el 34 % usó siempre el algoritmo estándar, el 31 % la descomposición y el 11 % la estrategia secuencial. Solo el 25 % varió o adaptó sus métodos (alumnos mayores y de mayor rendimiento). Controlando curso y nivel, el algoritmo ofreció la mayor exactitud, y la descomposición la menor de los tres perfiles consistentes (p. 69).

- *El algoritmo tiende a aplicarse a ciegas (Fischer et al., 2019).* A 4.720 alumnos franceses de 2.º, algo más de la mitad con un currículo sin algoritmo escrito, se les planteó un problema que inducía a sumar: Dimitri empieza con 37 canicas y acaba con 72, ¿cuántas ha ganado? Entre quienes usaron solo el algoritmo, el 35,67 % sumó por error y respondió 109, frente al 5,07 % del resto. El acierto global rondó el 20 % en los dos grupos.

La evidencia no avala las posturas extremas: ningún estudio ha comparado con asignación aleatoria enseñar primero el algoritmo frente a introducir primero las estrategias. Aun así, dos hallazgos se repiten en varias de estas fuentes:

- *La flexibilidad no es espontánea:* el tiempo no la genera, y el alumnado —especialmente el de menor rendimiento— suele acomodarse en una sola estrategia.

- *El algoritmo no trae su propio significado:* enseñado junto al valor posicional produce comprensión demostrable (Fuson y Briars); enseñado como receta, se aplica a ciegas a problemas que piden otra cosa (Fischer).

Sumar un repertorio de estrategias no basta para desarrollar un criterio claro de elección. Asimismo, enseñar un algoritmo de forma prematura reduce el procedimiento a una norma que se ejecuta de manera mecánica. En consecuencia, el foco debe situarse en establecer el puente pedagógico que conecte el sentido numérico de las estrategias con la eficiencia y generalidad del algoritmo.

«El foco debe situarse en establecer el puente pedagógico que conecte el sentido numérico de las estrategias con la eficiencia y generalidad del algoritmo.»

La memorización y las estrategias de pensamiento deben verse como fuerzas complementarias

Quizás sea esta la disputa en la que más pesan los estereotipos extremos de cada postura: por un lado, la rutina de recitar las tablas de multiplicar a contrarreloj; por el otro, la desatención que lleva a que el alumnado finalice la educación primaria sin dominar las tablas de multiplicar.

La mejor síntesis disponible es McNeil y colaboradores (2025), cuarenta y ocho páginas en *Psychological Science in the Public Interest*, y su valor es que golpea a los dos polos con la misma fuerza. Contra quien confía en que los hechos emerjan del uso: «la inmersión por sí sola a menudo se queda corta», y sin instrucción explícita «muchos niños no reconocerán estrategias útiles de hechos derivados, y muchos no llegarán a la etapa de la recuperación fluida y seguirán usando estrategias menos eficientes incluso en la edad adulta» (p. 30). Contra quien trata la memorización como el objetivo: «la actividad dirigida a memorizar hechos con el único objetivo de producir sumas y productos correctos puede estrechar inadvertidamente las ideas de los alumnos sobre qué son las matemáticas» (p. 38). Y contra las prisas, con un caso concreto: el mandato de varios estados norteamericanos, a principios de los dos mil, de que los niños supieran de memoria todas las sumas y restas básicas a los 7 años fue «poco realista, inefectivo y potencialmente dañino» (p. 27).

La tesis del artículo desarma la pregunta de la tabla 4: el componente de significado «funciona a la vez como precursor y como resultado de la fluidez aritmética» (p. 12). Y la recuperación directa de memoria no es la única forma de conseguir fluidez: «puede alcanzarse con estrategias significativas, como las estrategias de hechos derivados» (p. 25).

> «Nuestro objetivo era ir más allá del marco limitado de "memorización" frente a "estrategias de pensamiento" para mostrar que ambas se benefician mutuamente en la fluidez aritmética» (McNeil et al., 2025, p. 38).

Sobre los tests cronometrados, que es donde el debate se vuelve identitario, los autores distinguen dos decisiones que solemos confundir. Tras defender la práctica con tiempo, advierten:«esto no es un respaldo a los entornos de evaluación cronometrada de alto impacto, que son problemáticos», y «la distinción clave está en el contexto de uso. Aplicada juiciosamente durante la fase de aprendizaje —no para evaluación de alto impacto ni para comparaciones públicas entre alumnos—, la práctica cronometrada puede ser una herramienta valiosa» (p. 34). Cronometrar para practicar y cronometrar para clasificar no son la misma decisión, y el debate público las trata como si lo fueran.

Queda la ansiedad matemática, que es el argumento habitual contra el cronómetro. La relación con el rendimiento está bien establecida: un metaanálisis de 747 tamaños de efecto encontró una correlación negativa de pequeña a moderada ($r = -0{,}28$; Barroso et al., 2021, p. 134; véase también Dowker et al., 2016), y hay trabajos que explican el mecanismo por la saturación de la memoria de trabajo (Ashcraft, 2002; Ramirez et al., 2013). Lo que no está establecido es que la cause el cronómetro: la creencia de que «los tests cronometrados provocan la aparición temprana de la ansiedad matemática» se sostiene «pese a la falta de evidencia» (McNeil et al., 2025, p. 34). Sus orígenes son múltiples: actitudes de docentes y familias, estereotipos o características individuales (Luttenberger et al., 2018; Maloney y Beilock, 2012), de modo que atribuirla sin más al fracaso previo o al cronómetro va más allá de lo que dicen los datos.

Queda una advertencia sobre el alcance de todo esto. La evidencia causal más sólida sobre el valor de la fluidez procede de «intervenciones a corto plazo, de 10 a 20 semanas, dirigidas a niños que muestran indicios de dificultades en matemáticas», con «fuertes beneficios iniciales que se desvanecen una vez que los alumnos vuelven a la instrucción ordinaria» (McNeil et al., 2025, p. 18). Los autores lo leen como una señal de que una intervención aislada no compensa las ventajas que acumulan los alumnos de familias acomodadas, como los juegos en casa, la práctica con tarjetas didácticas o las clases particulares (pp. 18–19).

Nadie tiene la fórmula del equilibrio entre guía y problema

Cuando entramos en el debate de problemas frente a ejemplos resueltos, el artículo fundacional del lado de los ejemplos resueltos es Sweller y Cooper (1985): «el énfasis habitual en la resolución convencional de problemas en contextos educativos podría estar mal dirigido. Técnicas alternativas, como una fuerte dependencia de los ejemplos resueltos, pueden ser preferibles» (p. 87). Conviene saber qué significaba allí resolución convencional de problemas, porque no es lo que se entiende en las facultades de educación matemática: según los propios autores (pp. 59–60 y 69), es la práctica sin guía en la que el alumno avanza por búsqueda de medios y fines, es decir, una clase tradicional en la que una tanda larga de ejercicios sigue a una explicación y unos pocos ejemplos. No es la resolución guiada, ni con andamiajes, ni lo que hoy se llama *productive failure* (el esfuerzo para resolver un problema produciendo soluciones erróneas o incompletas).

La tradición reformista tiene otra idea de lo que significa "problema". Hiebert y sus colegas (1996) proponían que el currículo y la enseñanza «empiecen con problemas, dilemas y preguntas para los alumnos», y que se les deje «preguntarse por qué las cosas son como son, indagar, buscar soluciones y resolver incongruencias»; y precisaban que eso no significa que los alumnos deban «frustrarse y encontrar la materia excesivamente difícil» (p. 12). El NCTM convirtió esa idea en una de sus ocho prácticas docentes, apoyar la lucha productiva (*productive struggle*): ver las dificultades de los alumnos como oportunidades «para profundizar en la comprensión de la estructura matemática de los problemas y de las relaciones entre ideas matemáticas, en lugar de buscar simplemente soluciones correctas», y evitar el «rescate» del docente que descompone la tarea y guía paso a paso, porque «rebaja la demanda cognitiva de la tarea» (NCTM, 2014, p. 48). Su evidencia es de otro tipo que la de laboratorio: estudios en aulas reales, según los cuales los alumnos a los que se deja problematizar los procedimientos rinden igual que sus compañeros enseñados de forma tradicional en las tareas rutinarias y, además, saben adaptarlos o inventar otros ante problemas nuevos (Hiebert et al., 1996, pp. 17–18).

La prueba experimental más directa de una de sus consecuencias, plantear el problema antes de explicar, es el metaanálisis de Sinha y Kapur (2021), que reunió 53 estudios y 166 comparaciones entre resolver antes de que te expliquen y que te expliquen antes de resolver, con un efecto moderado a favor de lo primero. Y con un moderador relevante: «se observaron, en cambio, tendencias contrarias en los aprendices de menor edad (de segundo a quinto curso) y en el aprendizaje de destrezas de dominio general» (p. 761), para los que el efecto favoreció la secuencia inversa.

La pieza que ordena el cuadro viene, de nuevo, del bando de la carga cognitiva. Kalyuga, Ayres, Chandler y Sweller (2003) formularon el efecto de inversión del experto: «las técnicas de enseñanza que son muy efectivas con aprendices inexpertos pueden perder su efectividad e incluso tener consecuencias negativas cuando se usan con aprendices más experimentados» (p. 23).

Efecto de inversión del experto. Una ayuda que funciona con quien empieza estorba a quien ya sabe. Al alumno que ya tiene el procedimiento en la cabeza, la explicación completa le obliga a cotejarla con lo que sabe, y eso ocupa la memoria de trabajo en lugar de liberarla (Kalyuga et al., 2003).

Cuando el material completamente guiado llega a un aprendiz con experiencia, parte del guiado «puede ser redundante», y entonces tiene que «integrar y cotejar esa información redundante con los esquemas de conocimiento de que dispone», lo que «puede imponer una carga excesiva e innecesaria a los recursos limitados de la memoria de trabajo» (p. 29).

El efecto se ha observado también en un aula, y desde el mismo bando. Sweller y Cooper aconsejaban usar ejemplos resueltos hasta lograr una completa familiaridad (1985, p. 87); Ruitenburg y colaboradores (2025), con Kirschner entre los firmantes, lo pusieron a prueba con 166 alumnos de unos 11 años que aprendían a resolver ecuaciones. Tras un vídeo con ejemplos, unos siguieron estudiando ejemplos y otros practicaron con ejercicios del mismo tipo. A los cinco minutos no hubo diferencias; tras una semana, quienes practicaron aplicaban mejor el procedimiento. Una vez entendido el procedimiento, los ejemplos adicionales sobraban: el ejemplo resuelto enseña la lógica y la práctica posterior la consolida.

Estas observaciones se alinean por completo con los hallazgos de Kalyuga y colaboradores (2003), una aportación fundamental que, con frecuencia, suele pasarse por alto:

> «para ser eficiente, el diseño instruccional debería ajustarse al nivel de experiencia de los aprendices a los que se dirige. Sin ese ajuste, la efectividad de los diseños instruccionales será probablemente aleatoria» (p. 29).

Un programa curricular, por construcción, no puede ajustarse a cada alumno, y nadie ha resuelto aún esa tensión.

> Cuatro controversias dividen el aula de matemáticas: la prioridad entre el conocimiento conceptual y el procedimental, la dicotomía entre el algoritmo estándar y las estrategias propias, el dilema sobre si memorizar o derivar los hechos numéricos, y la conveniencia de recurrir a ejemplos resueltos frente a la resolución directa de problemas. En ninguno de estos aspectos la evidencia avala posturas extremas: concepto y procedimiento se potencian recíprocamente, la flexibilidad tiene que enseñarse de forma deliberada y los algoritmos aplicados de forma mecánica la sofocan, la fluidez se desarrolla con mayor eficacia mediante estrategias con sentido, y aún no tenemos una respuesta definitiva sobre cómo equilibrar de manera óptima la guía del docente con la resolución de problemas.

5 | Más allá de las *Math Wars*

Superar la polarización ideológica resulta imprescindible para establecer un terreno común de entendimiento. Identificar y articular los puntos de convergencia entre los distintos enfoques nos permite trazar vías claras de progreso. Asimismo, considerando que la principal brecha observada en la enseñanza de las matemáticas no estriba en diferencias teóricas sino en la ejecución pedagógica, resulta fundamental reorientar la atención hacia las prácticas de aula. En consecuencia, trascender los debates teóricos requiere estructurar la acción educativa en torno a cuatro ejes prioritarios: asegurar que los alumnos dediquen tiempo de calidad a tareas matemáticas significativas, ofrecer recursos curriculares de excelencia junto con desarrollo profesional continuo, sostener la plena confianza en la capacidad de aprendizaje de todos los alumnos e impulsar la investigación destinada a optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La brecha está en la ejecución, no en la ideología

Hasta ahora, el debate se ha centrado en el ámbito académico e institucional. Cabe preguntarse: ¿qué ocurre realmente en las aulas de matemáticas mientras continúa la discusión teórica?

Alexander Kurz y Shauna Campbell reunieron en 2026, para el *Center on Reinventing Public Education*, casi una docena de estudios de la última década que habían observado o encuestado a más de 5.300 docentes de matemáticas. Su conclusión sobre el retrato que sale de ahí es que la evidencia disponible «apunta a una brecha de implementación considerable entre el tipo de prácticas que se recomiendan en principio y lo que ocurre de forma más consistente en las aulas» (Kurz y Campbell, 2026, p. 32).

Tekkumru-Kisa y su equipo observaron que los docentes de secundaria priorizaban «tareas de alta demanda cognitiva en solo un tercio de las clases», y el diálogo matemático relevante ocurría como máximo una vez por semana (citado en Kurz y Campbell, 2026, p. 33). Asimismo, Hill, Litke y Lynch hallaron que, en primaria, el enfoque conceptual aparecía en el 85 % de las clases, pero «rara vez con calidad» (citado en Kurz y Campbell, 2026, p. 33). La clave está en la ejecución: la práctica recomendada está presente en el aula, pero no se llega a implementar eficazmente.

El otro polo no sale mejor retratado. Donde los investigadores examinaron directamente la instrucción explícita y sus componentes, encontraron que su presencia «variaba mucho de un aula a otra y que la implementación era a menudo parcial o inconsistente» (p. 33). Y hay un tercer dato que no favorece a nadie: la mitad de los docentes de álgebra de zonas rurales y el 70 % de los de educación infantil declararon usar de forma habitual o frecuente métodos basados en los «estilos de aprendizaje», una idea que ninguno de los dos bandos defiende.

La brecha que más compromete el aprendizaje no es de índole ideológica, sino de ejecución. Esto se debe a que las metodologías promovidas por ambos sectores figuran entre las que peor se ejecutan en la práctica, mientras que la enseñanza cotidiana se satura frecuentemente con enfoques que ningún grupo respalda.

«La brecha que más compromete el aprendizaje no es de índole ideológica, sino de ejecución.»

Lo primero es maximizar las oportunidades de aprender matemáticas de calidad

El informe *Adding It Up* del *National Research Council* presenta la «oportunidad de aprender» como «el predictor aislado más importante del rendimiento de los alumnos» (NRC, 2001, p. 334). Aunque decisiones curriculares clave se toman a nivel escolar o de distrito, los docentes mantienen un control directo y significativo sobre el tiempo lectivo que dedican a las matemáticas en el aula. El propio informe da la medida de esa diferencia: en un estudio de aulas de segundo, el tiempo medio asignado a las matemáticas iba «de un mínimo de 24 a un máximo de 61 minutos diarios» según el maestro (p. 334). Garantizar un tiempo de enseñanza adecuado y constante resulta esencial para equipar a todos los

alumnos, independientemente de sus expectativas previas, con la oportunidad real de aprender y consolidar sus conocimientos matemáticos.

Oportunidad de aprender. El tiempo y el contenido de matemáticas a los que un alumno accede realmente en clase. *Adding It Up* lo presenta como uno de los mejores predictores del rendimiento (NRC, 2001, p. 334), y es una variable que el docente controla en parte: cuántos minutos, sobre qué contenido y con qué profundidad.

Lo que ocurre dentro de esos minutos de clase se ha filmado. James Stigler y James Hiebert, con las 231 clases de octavo del estudio de vídeo de TIMSS, encontraron que las lecciones estadounidenses tenían más temas y más saltos de tema que las japonesas, y que las interrupciones externas —la megafonía, alguien que entra a pedir el recuento del comedor— aparecían en el 31 % de las clases de Estados Unidos, el 13 % de las alemanas y ninguna de las japonesas (1999, p. 62).

Asimismo, la manera en que se aprovecha ese tiempo resulta crucial. Diez años después, analizando las clases de otros países con mayor rendimiento, los propios investigadores constataron que la mayor parte de una sesión —aproximadamente un 80 % en todos los países— se destinaba a la resolución de problemas (Stigler y Hiebert, 2009, p. 34). La discrepancia principal no residía en los minutos dedicados a resolver problemas, sino en la mediación pedagógica del profesorado: mientras que en los países más avanzados cerca del 50 % de los problemas con potencial conceptual se abordaron para profundizar en las relaciones matemáticas, en Estados Unidos «casi todos se usaron meramente para practicar procedimientos o recordar información» (p. 35).

En otras palabras, la denominación de una metodología apenas revela la verdadera naturaleza de las actividades matemáticas que se desarrollan en el aula. Una tarea compleja puede derivar en una mera instrucción dirigida, del mismo modo que una exposición teórica puede desencadenar un debate reflexivo. Por ello, las cuestiones verdaderamente esenciales al analizar la dinámica escolar trascienden las posturas ideológicas y se centran en evaluar la cantidad y la calidad del tiempo de aprendizaje matemático, aspecto que Kurz y Campbell sintetizan en la necesidad de «distinguir la actividad del aprendizaje matemático» (2026, p. 37).

Un buen material curricular solo funciona acompañado de formación

Imaginemos una guía docente que, en la unidad de suma de fracciones con distinto denominador, avisa de que el error más probable será sumar los denominadores, recomienda dejar que los alumnos lo cometan y examinen las consecuencias, sugiere cómo hacerles ver la incoherencia de que 1/2 más 1/4 dé 2/6, e indica que la clase empiece con un problema y compare después los métodos que aparezcan.

Ese enfoque proviene de la guía docente de un libro de texto japonés citada por Stigler y Hiebert (1999, p. 91). Su valor radica en que cumple una función clave: prevé una dificultad específica del alumnado, establece la situación inicial, programa los momentos y criterios de comparación y explicita el saber didáctico. A eso nos referimos con un currículo detallado y preciso: no a una pauta rígida que reemplace la labor del profesorado, sino a una planificación previa que resuelve la secuencia y las prioridades de enseñanza.

Adding It Up describe los libros de texto estadounidenses, un currículo nacional de facto, como «voluminosos, que abordan muchos temas distintos y exploran pocos en profundidad», frente a los países con buenos resultados, que «tienden a seleccionar unos pocos temas críticos para cada curso y dedicar tiempo suficiente a desarrollar cada uno hasta que los alumnos lo dominen» (2001, p. 37). El *National Mathematics Advisory* Panel contó las páginas, entre 700 y 1.000 por libro, frente a libros «mucho más pequeños en muchas naciones con mayor rendimiento», y pidió «una progresión focalizada y coherente» (2008, pp. xvii y xxiv). Los saltos de tema que Stigler y Hiebert vieron en las clases «pueden significar que los materiales curriculares intentan cubrir más terreno [...] pero lo cubren con menos profundidad» (1999, p. 62).

El material no lo arregla solo. La *New Math* cambió los libros de texto, y en 1975 un estudio nacional concluyó que los maestros de primaria «esencialmente están enseñando de la misma manera en que a

ellos les enseñaron»: «hasta los libros de texto pueden ser engullidos por el sistema» (Stigler y Hiebert, 1999, pp. 98–99). Tampoco la formación por sí sola es suficiente. En una revisión de 87 estudios sobre programas de matemáticas en primaria, Marta Pellegrini y su equipo constataron que ni los nuevos programas curriculares con escasa capacitación ni la formación centrada en contenidos y didáctica e impartida sin material nuevo generaron mejoras en el rendimiento del alumnado. Lo único que sí lo movió fue la combinación de las dos cosas: un programa curricular nuevo acompañado de la formación para adoptarlo, con un efecto pequeño y sostenido sobre siete estudios (2021, pp. 8 y 20).

Las limitaciones de apostar de forma exclusiva por la formación docente fueron documentadas por Michael Garet y sus colaboradores: tras evaluar tres ensayos aleatorizados que sumaban entre 68 y 110 horas de formación intensiva, observaron avances en los conocimientos del profesorado y en ciertas dinámicas de aula, pero ningún impacto real en los resultados del alumnado (2016, pp. 1 y 6–8). De manera análoga, Kathleen Lynch y su equipo examinaron 95 estudios en el ámbito de las ciencias y las matemáticas, concluyendo que la provisión de materiales curriculares por sí sola apenas genera repercusión a menos que se combine con la formación indispensable para su correcta implementación (2019, p. 16).

Falta una pieza más, y el comité de 1923 ya la había detectado: la evaluación forma parte del mismo sistema. Los autores y editores de libros de texto, escribía, «están sometidos a una fuerte presión para que su contenido y su distribución del énfasis se ajusten al tipo de examen de acceso dominante». De ahí su diagnóstico: «El círculo vicioso está ahora completo. El álgebra se enseña mecánicamente por el carácter del examen de acceso; y el examen, para ser justo, debe ajustarse al carácter de la enseñanza» (1923, p. 44). Un programa curricular concreto y la formación que lo acompaña no sobreviven a una evaluación que premia lo contrario.

Todo descansa en esperar que todos los alumnos pueden aprender

Todo lo anterior descansa en una premisa que conviene escribir, porque es la que hace que el tiempo y el currículo importen para todos y no solo para algunos, y es una de las pocas afirmaciones que las dos tradiciones firman con sus propias palabras. El *National Research Council* escribe que la investigación de dos décadas «nos convence de que todos los alumnos pueden aprender a pensar matemáticamente» (2001, p. 16). El *National Mathematics Advisory Panel* recoge que los estudios experimentales muestran que cambiar las creencias de los niños del foco en la capacidad al foco en el esfuerzo aumenta su implicación y mejora sus resultados, y recomienda ayudar a alumnos y familias a entender «la importancia vital del esfuerzo» (2008, pp. xx y 31).

Reflexionemos un instante sobre cómo se transforma la dinámica educativa en función de esta premisa. Stigler y Hiebert examinaron este impacto a través de las percepciones sobre la diversidad en el alumnado. Por un lado, una parte sustancial del profesorado en Estados Unidos concibe tales disparidades como un impedimento que requiere una evaluación individualizada y un itinerario diferenciado, dinámica que, en grupos numerosos, deriva de forma habitual en el agrupamiento por niveles. En contraste, en el contexto educativo japonés, esta heterogeneidad es valorada como un activo valioso que enriquece el debate colectivo; bajo este enfoque, personalizar la instrucción para determinados estudiantes «se considera injustamente limitante y un prejuicio sobre lo que los alumnos son capaces de aprender; todos los alumnos deberían tener la oportunidad de aprender el mismo material» (1999, pp. 94–95).

Conviene introducir una advertencia fundamental. La sola convicción resulta insuficiente: de acuerdo con el metaanálisis de Sisk y colaboradores citado por Kurz y Campbell, las intervenciones aisladas enfocadas en la mentalidad de crecimiento logran impactos «muy por debajo de la media de otras intervenciones educativas» (2026, p. 20); lo que impulsa verdaderamente el aprendizaje es brindar oportunidades reales, no difundir meras consignas.

Lo que aún no sabemos marca la agenda de investigación

Un capítulo que ha dicho varias veces «no hay estudio que lo compare» debe terminar diciendo qué falta. Lo primero es investigación de más calidad: el *National Mathematics Advisory Panel* pidió prioridad para los ensayos aleatorizados y para la investigación básica sobre los mecanismos del aprendizaje, «poco

atendida» en el campo (2008, p. xxvii). Falta saber qué componente hace qué (Hughes et al., 2017, p. 145). Falta también investigación hecha en matemáticas: en el metaanálisis de Lazonder y Harmsen sobre la guía en el aprendizaje por indagación, apenas el 7 % de los estudios eran de matemáticas, y el resto, de ciencias (2016, p. 703). Faltan más estudios que comparen los dos órdenes de concepto y procedimiento (Rittle-Johnson, Schneider y Star, 2015). Y falta, dicen McNeil y colaboradores, «investigación que examine el impacto de intervenciones prolongadas de fluidez [...] a lo largo de varios cursos», o de programas curriculares enteros, «para determinar los verdaderos efectos a largo plazo» (2025, p. 18).

Kurz y Campbell proponen una base de evidencia interdisciplinar y un nuevo panel nacional cuyo objetivo «no debería ser declarar ganadores y perdedores en las *Math Wars*, sino producir una guía más clara y transparente sobre lo que se sabe, lo que sigue abierto y dónde los profesionales pueden actuar con confianza» (2026, p. 36). Y quien tiene que producirla, añaden Stigler y Hiebert, son investigadores y docentes juntos (2009, p. 37).

El comité de 1923 cerraba su capítulo sobre los fines con una frase que sigue en pie: «en el momento actual no es posible designar ningún orden particular de temas ni ninguna organización de los materiales de instrucción como el mejor [...]. Debe hacerse un trabajo experimental más extenso y cuidadoso» (1923, p. 11). Un siglo después, esa honestidad es el modelo. Elegir componentes y no métodos, como decíamos en la sección 3, es una decisión bajo incertidumbre, y preferimos decirlo así. La guerra sigue fuera del aula. Dentro, las preguntas son otras: cuánto tiempo hacen matemáticas los alumnos, qué matemáticas hacen, con qué material y con qué expectativa sobre cada uno.

Lo que ocurre en las aulas se parece poco a lo que recomienda cualquiera de los dos bandos: las prácticas que ambos defienden están entre las peor implementadas. Donde los dos coinciden es en lo que más pesa: que los alumnos pasen tiempo haciendo matemáticas de calidad, que haya un buen material curricular y llegue con formación, que se espere que todos pueden aprender y que se siga investigando lo que aún desconocemos.

Para llevarse

Tras analizar un siglo de discrepancias, este capítulo nos plantea una idea sencilla: el dilema entre explicaciones directas e indagación no admite una solución universal. La respuesta adecuada debe adaptarse de forma específica a cada contenido, a las necesidades individuales de cada estudiante y a la fase del aprendizaje en que se encuentren, aplicando siempre un criterio razonado. Ambas corrientes aportan elementos valiosos e indispensables, a la vez que muestran límites respaldados por la evidencia científica. En lugar de polarizar la enseñanza, el compromiso colectivo debe centrarse en cuatro pilares: asegurar que el alumnado dedique tiempo efectivo a matemáticas significativas, ofrecer materiales educativos de primer nivel reforzados con formación continua para el profesorado, mantener la profunda certeza de que todos los alumnos poseen la capacidad de aprender matemáticas, así como profundizar en la investigación para seguir acumulando evidencia útil que optimice el aprendizaje de las matemáticas.

El debate ideológico queda fuera de la escuela; en la práctica docente, lo crucial es decidir qué intervención pedagógica necesita cada alumno en un instante concreto.

Referencias

Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? Journal of Educational Psychology, 103(1), 1–18.

American Mathematical Society, Association Resource Group (1998). Reports of AMS Association Resource Group. Notices of the American Mathematical Society, 45(2), 270–276.

Archer, A. L., & Hughes, C. A. (2011). Explicit instruction: Effective and efficient teaching. Guilford Press.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. ZDM, 45(6), 797–810.

Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. Current Directions in Psychological Science, 11(5), 181–185.

Baroody, A. J., Purpura, D. J., Eiland, M. D., & Reid, E. E. (2015). The impact of highly and minimally guided discovery instruction on promoting the learning of reasoning strategies for basic add-1 and doubles combinations. Early Childhood Research Quarterly, 30, 93–105.

Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. Psychological Bulletin, 147(2), 134–168.

Bjork, E. L., & Bjork, R. A. (2011). Making things hard on yourself, but in a good way: Creating desirable difficulties to enhance learning. En M. A. Gernsbacher, R. W. Pew, L. M. Hough y J. R. Pomerantz (Eds.), Psychology and the real world: Essays illustrating fundamental contributions to society (pp. 56–64). Worth Publishers.

Blazar, D. (2015). Effective teaching in elementary mathematics: Identifying classroom practices that support student achievement. Economics of Education Review, 48, 16–29.

Blöte, A. W., Van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. Journal of Educational Psychology, 93(3), 627–638.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. Journal for Research in Mathematics Education, 29(1), 41–62.

Canobi, K. H. (2009). Concept–procedure interactions in children's addition and subtraction. Journal of Experimental Child Psychology, 102(2), 131–149.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C.-P., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. American Educational Research Journal, 26(4), 499–531.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. Journal for Research in Mathematics Education, 29(1), 3–20.

Chazan, D., & Ball, D. (1999). Beyond being told not to tell. For the Learning of Mathematics, 19(2), 2–10.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. Journal for Research in Mathematics Education, 22(1), 3–29.

Commission on the Reorganization of Secondary Education (1918). Cardinal principles of secondary education (Bulletin 1918, No. 35). U.S. Bureau of Education.

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? Frontiers in Psychology, 7, 508.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. Journal of Education for Teaching, 15(1), 13–33.

Fischer, J.-P., Vilette, B., Joffredo-Lebrun, S., Morellato, M., Le Normand, C., Scheibling-Seve, C., & Richard, J.-F. (2019). Should we continue to teach standard written algorithms for the arithmetical operations? The example of subtraction. Educational Studies in Mathematics, 101(1), 105–121.

Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. Journal for Research in Mathematics Education, 21(3), 180–206.

Garet, M. S., et al. (2016). Focusing on mathematical knowledge: The impact of content-intensive teacher professional development (NCEE 2016-4010). Institute of Education Sciences.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. Educational Studies in Mathematics, 39(1–3), 111–129.

Haring, N. G., & Eaton, M. D. (1978). Systematic instructional procedures: An instructional hierarchy. En N. G. Haring, T. C. Lovitt, M. D. Eaton y C. L. Hansen (Eds.), The fourth R: Research in the classroom (pp. 23–40). Merrill.

Hewitt, D. (1999). Arbitrary and necessary. Part 1: A way of viewing the mathematics curriculum. For the Learning of Mathematics, 19(3), 2–9.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. Educational Researcher, 25(4), 12–21.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. En F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 371–404). Information Age.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. En J. Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1–27). Lawrence Erlbaum.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1996). Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction. Cognition and Instruction, 14(3), 251–283.

Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). Educational Psychologist, 42(2), 99–107.

House, E. R., Glass, G. V., McLean, L. D., & Walker, D. F. (1978). No simple answer: Critique of the Follow Through evaluation. Harvard Educational Review, 48(2), 128–160.

Hughes, C. A., Morris, J. R., Therrien, W. J., & Benson, S. K. (2017). Explicit instruction: Historical and contemporary contexts. Learning Disabilities Research & Practice, 32(3), 140–148.

Kalyuga, S., Ayres, P., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). The expertise reversal effect. Educational Psychologist, 38(1), 23–31.

Kamii, C., & Dominick, A. (1997). To teach or not to teach algorithms. Journal of Mathematical Behavior, 16(1), 51–61.

Kamii, C., & Dominick, A. (1998). The harmful effects of algorithms in grades 1–4. En L. J. Morrow y M. J. Kenney (Eds.), The teaching and learning of algorithms in school mathematics (pp. 130–140). National Council of Teachers of Mathematics.

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. Educational Psychologist, 41(2), 75–86.

Klein, A. S., Beishuizen, M., & Treffers, A. (1998). The empty number line in Dutch second grades: Realistic versus gradual program design. Journal for Research in Mathematics Education, 29(4), 443–464.

Klein, D. (2003). A brief history of American K–12 mathematics education in the 20th century. En J. M. Royer (Ed.), Mathematical cognition. Information Age Publishing.

Kraft, M. A. (2020). Interpreting effect sizes of education interventions. Educational Researcher, 49(4), 241–253.

Kurz, A., & Campbell, S. (2026). Navigating the math wars: A practical guide to the divides and debates influencing math instruction. Center on Reinventing Public Education, Arizona State University.

Labaree, D. F. (1997). Public goods, private goods: The American struggle over educational goals. American Educational Research Journal, 34(1), 39–81.

Lambert, R. (2024). Rethinking disability and mathematics: A UDL math classroom guide for grades K–8. Corwin.

Lazonder, A. W., & Harmsen, R. (2016). Meta-analysis of inquiry-based learning: Effects of guidance. Review of Educational Research, 86(3), 681–718.

Loveless, T. (2001). A tale of two math reforms: The politics of the new math and the NCTM standards. En T. Loveless (Ed.), The great curriculum debate: How should we teach reading and math? (pp. 184–209). Brookings Institution Press.

Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. Psychology Research and Behavior Management, 11, 311–322.

Lynch, K., Hill, H. C., Gonzalez, K. E., & Pollard, C. (2019). Strengthening the research base that informs STEM instructional improvement efforts: A meta-analysis. Educational Evaluation and Policy Analysis, 41(3), 260–293.

Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. Journal for Research in Mathematics Education, 21(1), 16–32.

Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. Trends in Cognitive Sciences, 16(8), 404–406.

Marton, F. (2014). Necessary conditions of learning. Routledge.

Matthews, P., & Rittle-Johnson, B. (2009). In pursuit of knowledge: Comparing self-explanations, concepts, and procedures as pedagogical tools. Journal of Experimental Child Psychology, 104(1), 1–21.

McNeil, N. M., Jordan, N. C., Viegut, A. A., & Ansari, D. (2025). What the science of learning teaches us about arithmetic fluency. Psychological Science in the Public Interest, 26(1), 10–57.

Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction. Journal for Research in Mathematics Education, 45(5), 584–635.

National Committee on Mathematical Requirements (1923). The reorganization of mathematics in secondary education. Mathematical Association of America.

National Council of Teachers of Mathematics (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. NCTM.

National Mathematics Advisory Panel (2008). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. U.S. Department of Education.

National Research Council (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics (J. Kilpatrick, J. Swafford y B. Findell, Eds.). National Academy Press.

Pellegrini, M., Lake, C., Neitzel, A., & Slavin, R. E. (2021). Effective programs in elementary mathematics: A meta-analysis. AERA Open, 7(1), 1–29.

Perry, M. (1991). Learning and transfer: Instructional conditions and conceptual change. Cognitive Development, 6(4), 449–468.

Pesek, D. D., & Kirshner, D. (2000). Interference of instrumental instruction in subsequent relational learning. Journal for Research in Mathematics Education, 31(5), 524–540.

Purpura, D. J., Baroody, A. J., Eiland, M. D., & Reid, E. E. (2016). Fostering first graders' reasoning strategies with basic sums: The value of guided instruction. The Elementary School Journal, 117(1), 72–100.

Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary school. Journal of Cognition and Development, 14(2), 187–202.

Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? Journal of Educational Psychology, 91(1), 175–189.

Rittle-Johnson, B., & Koedinger, K. (2009). Iterating between lessons on concepts and procedures can improve mathematics knowledge. British Journal of Educational Psychology, 79(3), 483–500.

Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. Educational Psychology Review, 27(4), 587–597.

Rosenshine, B. (2012). Principles of instruction: Research-based strategies that all teachers should know. American Educator, 36(1), 12–19, 39.

Ruitenburg, S. K., Ackermans, K., Kirschner, P. A., Jarodzka, H., & Camp, G. (2025). After initial acquisition, problem-solving leads to better long-term performance than example study, even for complex tasks. Learning and Instruction, 95, 102027.

Schneider, M., Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. Developmental Psychology, 47(6), 1525–1538.

Schoenfeld, A. H. (2004). The math wars. Educational Policy, 18(1), 253–286.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. Educational Researcher, 27(2), 4–13.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for Research in Mathematics Education, 26(2), 114–145.

Sinha, T., & Kapur, M. (2021). When problem solving followed by instruction works: Evidence for productive failure. Review of Educational Research, 91(5), 761–798.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. The Arithmetic Teacher, 26(3), 9–15.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2018). 5 practices for orchestrating productive mathematics discussions (2.ª ed.). National Council of Teachers of Mathematics.

Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. Journal for Research in Mathematics Education, 36(5), 404–411.

Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and conceptual knowledge: Exploring the gap between knowledge type and knowledge quality. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 13(2), 169–181.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. Free Press.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2009). Closing the teaching gap. Phi Delta Kappan, 91(3), 32–37.

Stockard, J., Wood, T. W., Coughlin, C., & Rasplica Khoury, C. (2018). The effectiveness of Direct Instruction curricula: A meta-analysis of a half century of research. Review of Educational Research, 88(4), 479–507.

Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. Cognition and Instruction, 2(1), 59–89.

Sweller, J., Kirschner, P. A., & Clark, R. E. (2007). Why minimally guided teaching techniques do not work: A reply to commentaries. Educational Psychologist, 42(2), 115–121.

Timmermans, R. E., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2003). Influence of instruction in mathematics for low performing students on strategy use. European Journal of Special Needs Education, 18(1), 5–16.

Torbeyns, J., Hickendorff, M., & Verschaffel, L. (2017). The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtraction: 9–12-year-olds' strategy use profiles and task performance. Learning and Individual Differences, 58, 64–74.

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. European Journal of Psychology of Education, 31(2), 99–116.

Watkins, C. L. (1997). Project Follow Through: A case study of contingencies influencing instructional practices of the educational establishment. Cambridge Center for Behavioral Studies.

Wu, H. (1999). Basic skills versus conceptual understanding: A bogus dichotomy in mathematics education. American Educator, 23(3), 14–19, 50–52.

Financiación y declaración de intereses. *Esta publicación ha sido financiada por Innovamat Education y forma parte de una serie de divulgación científica sobre educación promovida por la entidad. Marc Caelles forma parte del equipo de Innovamat. Las afiliaciones y la financiación se hacen explícitas como parte del compromiso de transparencia de la publicación. El contenido y las conclusiones son responsabilidad del autor.*

Agradecimientos. *Queremos agradecer a las personas que han revisado este capítulo y han contribuido a mejorar su calidad: Cecilia Calvo, Marc Colomer, Ángela Perez y Albert Vilalta. También queremos agradecer el trabajo de maquetación de Marta Soler.*