Charla presentada en la Conferencia c2em, Lleida, el 08/07/2025: enlace

Descifrando los errores más comunes en operaciones combinadas con enteros

Marta Herranz[1], Marc Colomer[2], Cecilia Calvo[3]

[1] Innovamat, marta.herranz@innovamat.com
[2] Innovamat, marc.colomer@innovamat.com
[3] Innovamat, cecilia.calvo@innovamat.com

Resumen de la comunicación

Las operaciones combinadas surgen cuando es necesario efectuar varias operaciones en una misma expresión. Es clave reflexionar sobre la convención que determina el orden de resolución y sobre la estrategia de registro empleada.

Durante el curso 23-24, el equipo de investigación Vèrtex, liderado por Innovamat, analizó producciones de un millar de alumnos de 22 centros que resolvieron 12 operaciones combinadas, con el objetivo de identificar estrategias de registro y detectar los errores más comunes en alumnado de 1º de ESO. Esta comunicación presenta, mediante ejemplos concretos, las principales estrategias observadas y los errores habituales asociados, con el propósito de ofrecer herramientas a los docentes para detectar y corregir dificultades en la comprensión de la jerarquía de operaciones y la resolución de problemas.

PALABRAS CLAVE: operaciones combinadas – estrategias de registro – errores

Estos materiales están bajo una licencia
Creative Commons 4.0 Internacional del tipo BY-NC-SA

1. **Introducción**

Las operaciones combinadas aparecen siempre que se deben realizar dos o más operaciones encadenadas y expresar el procedimiento en una sola expresión. Este tipo de cálculo requiere una comprensión profunda de la jerarquía de operaciones y suele generar dificultades entre el alumnado de secundaria. Es especialmente relevante reflexionar tanto sobre la convención que determina el orden de resolución como sobre las estrategias empleadas para registrarlo.

La jerarquía actual, ampliamente aceptada hoy en día, no se formalizó hasta hace menos de un siglo y es fruto de un acuerdo arbitrario. Para evitar colocar paréntesis alrededor de todas las operaciones, se estableció un criterio que podría haber sido otro. En cualquier caso, su conocimiento es fundamental, tanto desde el punto de vista del contenido matemático como desde el de los procesos, ya que implica reconocer la necesidad de establecer convenciones no deducibles pero imprescindibles para garantizar la comunicación matemática.

Una vez pactada esta jerarquía, se abre todo un abanico de posibles estrategias de registro. Con el objetivo de analizar dichas estrategias y entender los errores que pueden asociarse a ellas, el equipo de investigación Vèrtex, liderado por Innovamat, llevó a cabo el estudio que da contexto a esta comunicación.

$49 - 32 : 8 - 11$	$11 + 35 : (7^2 - 44)$	$(-3)^2 + 4 \cdot (31 - 27)$
$36 + 4 \cdot (-2) + 12$	$-15 + (3^2 + 5) : 7$	$25 \cdot (-2)^2 : (-4 - (-6))$
$6 - 60 : (-8 + 2)$	$-6 - 7 \cdot (-4) + 10$	$(-2)^3 + 11 \cdot (-7 + (-1))$
$18 + 10 - (18 - 16)^2$	$16 + (-4 + 14) \cdot 3$	$-9 \cdot (-4) - (-6) + 10$

Muestra de las 12 operaciones combinadas analizadas.

2. **Errores en la resolución de operaciones combinadas**

En un primer análisis de los datos, se observó que un elevado porcentaje de participantes resolvía las operaciones siguiendo el orden operativo correcto. Sin embargo, el porcentaje de estudiantes que realizaba los cálculos correctamente era significativamente menor.

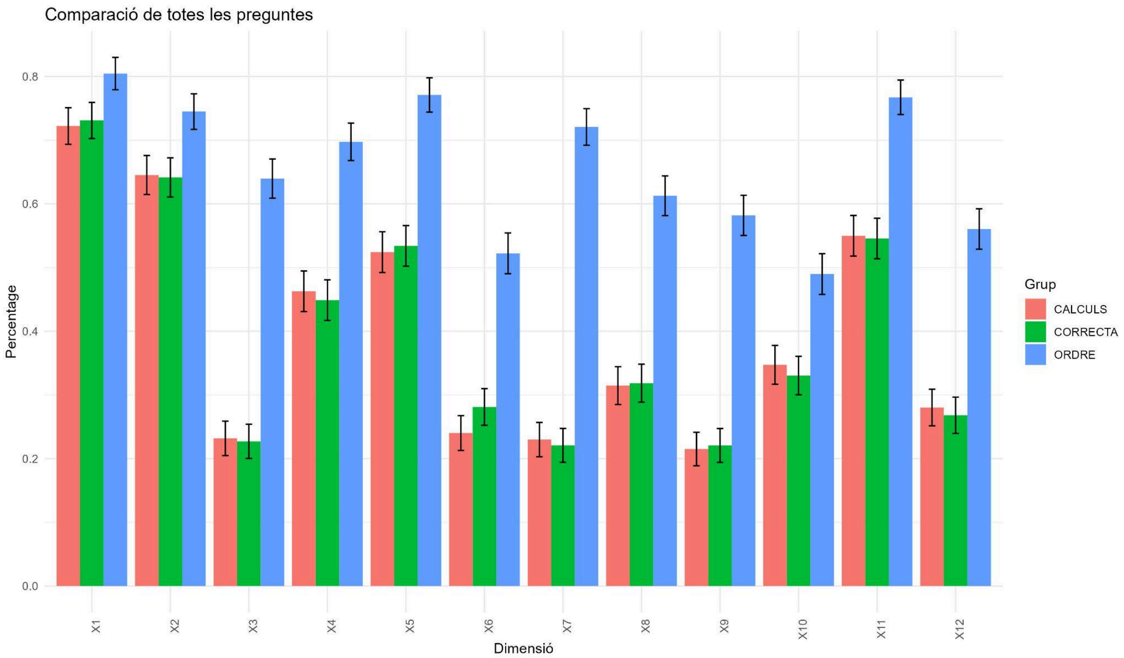


Gráfico que muestra el porcentaje de participantes (eje y) que ha respondido correctamente, para cada ítem del test (eje x), en cada una de las categorías analizadas: (1) en rojo, si los cálculos son correctos; (2) en azul, si el orden seguido es correcto; y (3) en verde, si la solución final es correcta.

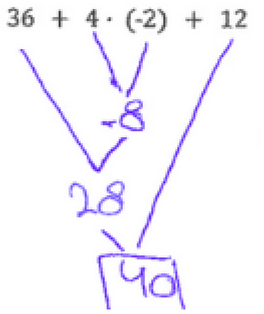
Así pues, la causa principal de los errores en la resolución de operaciones combinadas, en este caso, estaba relacionada con fallos de cálculo, como confusiones en operaciones con enteros o dificultades en el cálculo de potencias. Aun así, un porcentaje considerable de participantes también cometió errores de orden o errores relacionados con el registro de la resolución de operaciones, y son este tipo de errores los que se presentan con más detalle en esta comunicación.

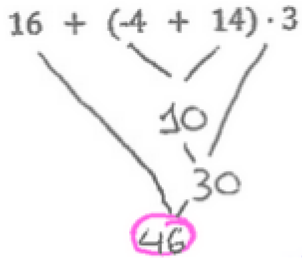
3. Estrategias de registro observadas

En las respuestas recogidas se puede identificar una gran variedad de estrategias para indicar el proceso seguido en la resolución de una operación combinada. Estas estrategias se pueden agrupar en cuatro categorías:

3.1. Estrategia del árbol

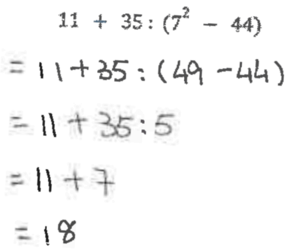
Esta estrategia consiste en descomponer la operación en pasos más pequeños de manera jerárquica, mediante líneas que indican los números implicados en cada cálculo parcial. En los puntos de convergencia de las líneas se especifica el resultado parcial, hasta llegar al resultado final.

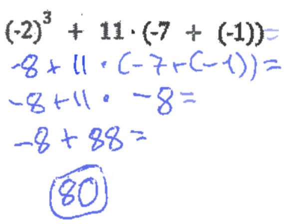




3.2. **Estrategia secuencial**

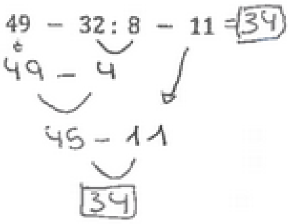
La estrategia secuencial consiste en reescribir las operaciones combinadas en distintas líneas, una debajo de otra, reduciendo progresivamente el número de operaciones hasta obtener el resultado final[1]:

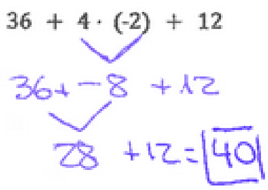




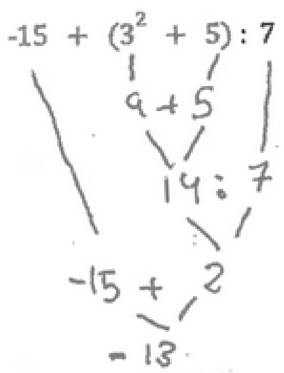
3.3. **Estrategia mixta**

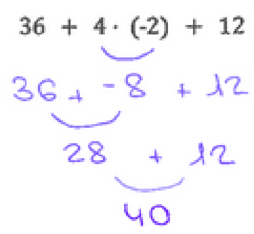
En este caso, el alumnado combina las estrategias de tipo árbol y secuencial. Aunque se emplean líneas para indicar qué parte de la operación se resuelve primero, también se reescribe la operación.





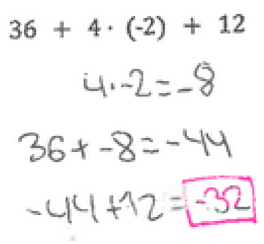
[1] En el segundo de los ejemplos que se presentan a continuación, así como en otros que le siguen, existen errores de cálculo que, sin embargo, no nos han hecho descartar la producción del alumno, ya que resulta significativa para ilustrar la estrategia de registro del orden en el que ha realizado las operaciones.

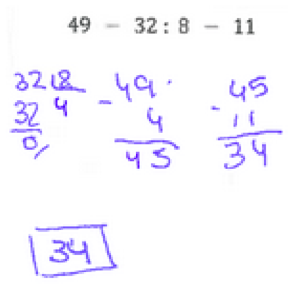


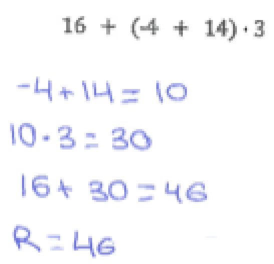


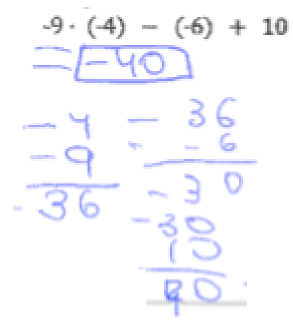
3.4. **Estrategia desintegrada**

Los alumnos que siguen esta estrategia muestran una resolución más fragmentada y menos estructurada de la operación. El registro se centra en las operaciones simples aisladas que se resuelven en cada paso, sin una representación clara y completa de la expresión global.

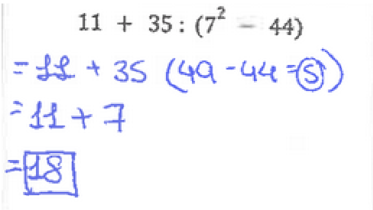


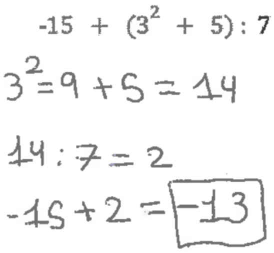






En cuanto al uso de los registros secuencial y desintegrado, observamos que algunos alumnos que seguían estas estrategias hacían un uso incorrecto del signo igual (=).

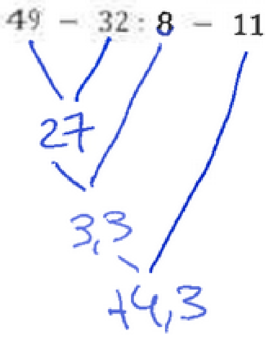


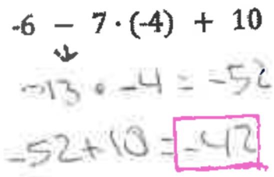


4. **Ejemplos de los tipos de errores observados**

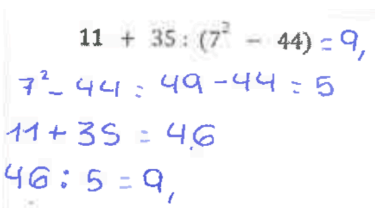
Aunque, como ya se ha comentado, una parte muy importante de los errores en los resultados finales se debe a fallos de cálculo —sobre todo de cálculo mental, dada la magnitud de los números implicados—, todavía hay alumnos que presentan dificultades con el orden de resolución de las operaciones. A continuación, se detallan los principales tipos de errores detectados:

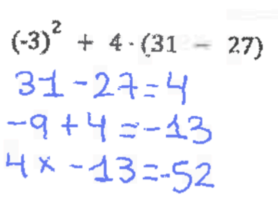
4.1. Errores derivados de operar de izquierda a derecha



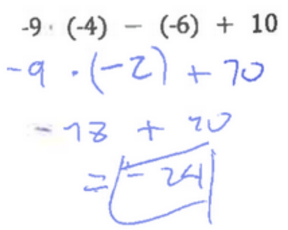


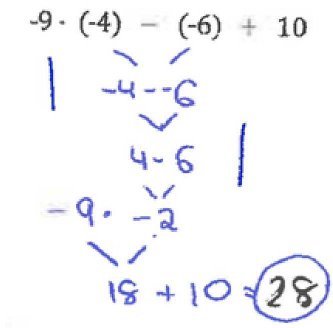
4.2. Errores derivados de entender que primero debe atenderse la operación entre paréntesis, pero sin respetar la jerarquía entre las demás operaciones.



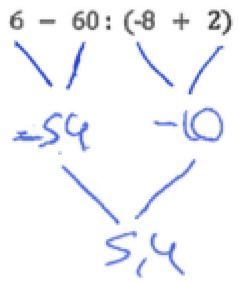


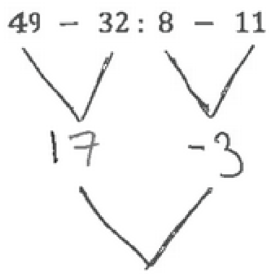
En cuanto al uso de los paréntesis para indicar prioridad, observamos que algunos alumnos podrían no tener en cuenta la ambigüedad de este símbolo. En efecto, los paréntesis se utilizan tanto para evitar confusiones con el signo de los números negativos como para señalar qué operaciones deben resolverse primero. Esta doble función puede dificultar su interpretación correcta, como se observa en los siguientes ejemplos:



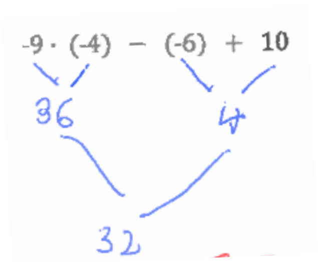


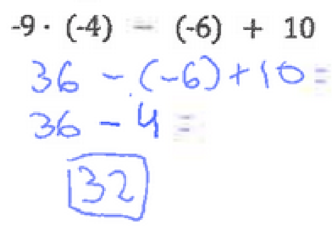
4.3. Errores derivados de priorizar las operaciones aditivas sobre las multiplicativas.

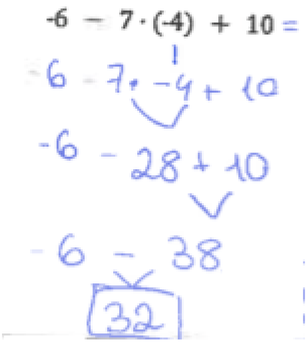


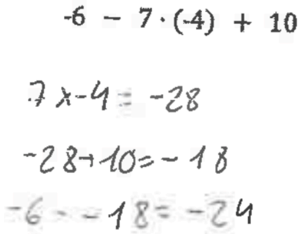


4.4. Errores derivados de no operar de izquierda a derecha cuando hay operaciones de la misma jerarquía.









En algunas ocasiones, no seguir estrictamente la norma de operar de izquierda a derecha cuando las operaciones tienen la misma jerarquía puede conducir igualmente a un resultado correcto. La dificultad con la que nos encontramos en estos casos es que, analizando solo las producciones escritas, no es posible determinar si el alumno ha hecho una elección informada —es decir, si ha analizado que el orden no altera el resultado y ha optado por una estrategia que le facilita el cálculo— o si, por el contrario, ha actuado de manera arbitraria, sin fundamento (Kontorovich & Zazkis, 2017).

Cabe destacar que esta flexibilidad, cuando es fruto de una decisión informada, es muy deseable. Tal como señalan Bay-Williams y SanGiovanni (2021), favorecer la flexibilidad estratégica en los cálculos es clave para desarrollar una comprensión más profunda de las operaciones y del sistema matemático en general.

5. **Conclusiones e implicaciones didácticas**

Los resultados del estudio muestran que una parte importante de los errores cometidos por los alumnos no son fruto del azar, sino que reflejan formas de pensamiento y estrategias construidas en ausencia de un modelo claro de resolución. Comprender estas estrategias es fundamental para intervenir pedagógicamente de una manera más ajustada y efectiva.

El análisis de casos concretos pone de manifiesto la importancia de no reducir el aprendizaje de las operaciones combinadas a una práctica repetitiva, sino de incorporar espacios de reflexión metacognitiva sobre los pasos seguidos, las formas de registrarlos y las decisiones tomadas durante la resolución.

El estudio evidencia la necesidad de hacer explícita y visible la jerarquía operatoria en la enseñanza de las matemáticas. Asimismo, muestra cómo la identificación y análisis de errores concretos puede ayudar al docente a ajustar su práctica a las necesidades reales del alumnado.

En este sentido, conocer las estrategias y los errores asociados permite:

- Diseñar actividades que favorezcan la toma de conciencia sobre los procedimientos seguidos.
- Introducir discusiones significativas en el aula sobre el significado del signo de igualdad y sobre las distintas formas de registro.
- Reflexionar conjuntamente sobre cuándo es posible —e incluso conveniente— flexibilizar el orden establecido de las operaciones.

6. Bibliografía

Bay-Williams, J. M., & SanGiovanni, J. J. (2021). *Figuring out fluency in mathematics teaching and learning, grades K-8: Moving beyond basic facts and memorization*. Corwin.

Kontorovich, I., & Zazkis, R. (2017). Mathematical conventions: Revisiting arbitrary and necessary. *For the Learning of Mathematics*, 37(1), 29-34